

## DER PHYSIK UND CHEMIE.

NEUE FOLGE. BAND XXIV.

I. Ueber capillare Gasabsorption;  
von R. W. Bunsen.

(Hierzu Taf. VI Fig. 1–11.)

Im 20. Bande dieser Annalen p. 545 habe ich die Vorgänge festgestellt, welche auftreten, wenn gasförmige Kohlensäure mit einer bei gewöhnlicher Temperatur in einem völlig entwässerten Luftstrome getrockneten blanken Glasoberfläche in Berührung gebracht wird. Es hat sich bei dieser Untersuchung ergeben, dass solche Glasflächen die Kohlensäure mit stetig abnehmender Geschwindigkeit jahrelang an sich verdichten können, dass die Geschwindigkeit der Verdichtung mit steigender Temperatur wächst, mit sinkender abnimmt, und dass Druckschwankungen von 0,8521 bis 0,7171 m Quecksilberhöhe keinen Einfluss auf den Gang der Verdichtung wahrnehmen lassen. Diesen Thatsachen gegenüber habe ich mich weiter dahin ausgesprochen<sup>1)</sup>, dass es die nächste Aufgabe sein müsse, durch besondere Versuche zu ermitteln, wie sich die am Glase verdichtete Kohlensäure bei höheren, als den von mir untersuchten Temperaturen verhält, und welche Rolle vom Glase möglicher Weise noch zurückgehaltene Gemengtheile der atmosphärischen Luft bei den beobachteten Erscheinungen gespielt haben können.

Die Erledigung dieser Fragen macht den Gegenstand der folgenden Mittheilung aus.

Wer mit analytisch-chemischen Arbeiten vertraut ist, weiss, wie hartnäckig Silicate, die ihrer Natur nach dem Glase am nächsten stehen, noch in ungewöhnlich hohen Temperaturen Feuchtigkeit an ihrer Oberfläche zurückhalten.

1) Bunsen, Wied. Ann. 22, p. 145. 1883.

Es schien mir daher vor allem nöthig, diese durch Capillaranziehung bewirkten, so hartnäckig zurückgehaltenen Wasserbeschläge von minimaler Dicke eingehender, als es bisher geschehen ist, in Betracht zu ziehen. Um dabei von einer festen Grundlage ausgehen zu können, habe ich zunächst die Dicke solcher Wasserschichten zu bestimmen gesucht, welche auf Glasfäden von bekannter Oberfläche haften bleiben, wenn diese Glasfäden bei stufenweise gesteigerten constanten Temperaturen einem trockenen, hinlänglich lange andauernden Luftstrome ausgesetzt werden.

Einen solchen Luftstrom von beliebiger, völlig constanter, wochenlang gleichbleibender Geschwindigkeit stellt man am besten mittelst einer als Saugapparat wirkenden Wasserpumpe her, vor welcher man, wo die Luft in die Pumpe eintritt, den Druckregulator Fig. 1 einschaltet. Derselbe besteht in einem hohen bis zu  $\frac{5}{8}$  mit Wasser gefüllten Glaszylinder, durch dessen Kautschukstöpsel das unter dem Stöpsel mündende Zu- und Ableitungsrohr *a*, *b* und ausserdem ein oben und unten offenes, unter dem Wasser mündendes, verschiebbares Glasrohr *c* luftdicht geführt ist. Wird der Luftstrom ein für allemal durch einen am Zuleitungsrohr des Regulators angebrachten Quetschhahn so regulirt, dass die äussere durch die offene Röhre *c* eingesogene Luft das Wasser rasch durchströmt, so steht der aufgesogene Luftstrom, unabhängig von den Schwankungen in der Luftpumpe, unter einer constanten Druckdifferenz, die durch die Höhe der Wassersäule *de* gemessen wird und daher durch Einstellen der offenen Röhre *c* beliebig gewählt werden kann. Quetschhahn und Druckregulator wurden bei den Versuchen so eingestellt, dass die zum Trocknen des Luftstromes dienenden Waschflaschen von vier Blasen in der Secunde durchströmt wurden. Der Apparat wirkte so regelmässig, dass es während der zehn Tage und Nächte, welche der Versuch in Anspruch nahm, keiner weiteren Nachregulirung bedurfte. Um den Luftstrom völlig zu entwässern und das bei Temperaturen von 20 bis 500° C. durch denselben den Glasfäden entzogene Wasser ohne Verlust auffangen und wägen zu können, diente der Trockenapparat Fig. 2. Der



von der Pumpe eingesogene Luftstrom tritt in die lange Glasröhre *a* ein, in der sich eine mit concentrirter Kalilösung getränkte, zur Entfernung aller Kohlensäure dienende Rolle von Löschpapier befindet, gelangt von da zur Beseitigung des Ammoniak in die geräumigen, mit Chlorcalcium gefüllten Gefässe *b, b*, streicht sodann, nachdem er zur Beseitigung alles atmosphärischen Staubes durch das Baumwolle enthaltende Rohr *c* filtrirt ist, in Blasen durch drei grosse je 0,5 kg reine concentrirte Schwefelsäure enthaltende Waschflaschen *d, d, d* und gelangt durch ein grosses, U-förmig gebogenes, mit abwechselnden Schichten von Glasperlen und Phosphorsäureanhydrid gefülltes Rohr *e*, also von Wasserdampf völlig befreit, zu dem aufrecht stehenden aus schwer-schmelzbarem Glase geblasenen Gefäss Fig. 3. Nach dem Austritt aus diesem Gefäss durchströmt die von den Fäden aus mit Wasserdampf beladene Luft drei grosse, hintereinander geschaltete, mit abwechselnden Schichten von Glasperlen und Phosphorsäureanhydrid gefüllte U-förmige Trockenröhren, aus deren Gewichtszunahme das von den Fäden abgedunstete Wasser sich ergibt. Zur Beseitigung des durch die verdrängte Luft bei dem Wägen bedingten Fehlers befand sich stets als Tara auf der einen Wagschale ein zugeschmolzenes Trockenrohr von nahezu gleichem Volumen und Gewicht wie die zur Wasserbestimmung dienenden Röhren. Die Kautschukverbindungen waren sorgfältig getrocknet, wurden bei den Wägungen entfernt und sorgsam vor Feuchtigkeit bewahrt.

Da alle folgenden Versuche in einem senkrecht stehenden auf seiner ganzen Länge getheilten Gefässbarometer ausgeführt wurden, dessen Kopf die Glasfäden enthielt und dessen Gefäss in einer gewöhnlichen Quecksilberwanne bestand, so kam es darauf an, diese Barometerröhre, ohne sie aus ihrer Lage zu verrücken, auf constante Temperaturen bis zu 500° C. mit einer für die vorliegenden Zwecke ausreichenden Genauigkeit zu erhitzen. Ich habe dies durch einen Thermostaten von folgender Einrichtung bewerkstelligt: Fig. 4 *AB* ist ein schmiedeeisernes Rohr von 36 cm Länge, 4 mm Wandstärke und 2,5 cm innerem Durchmesser, unten

bei *A* offen, oben bei *B* verschraubt, innen mit dicker Asbestpappe ausgekleidet und von einem festen Stativ bei *A* getragen, damit es über das aufrechtstehende Barometer gestülpt werden kann, ohne dass dieses das Gewicht des schweren Eisenrohres zu tragen hat. Die Erhitzung wird durch die Brenner *aa* bewerkstelligt, deren nichtleuchtende, mit blechnernen Halbschornsteinen umgebene Flammen in ihrer ganzen Länge der Wandung des Eisenrohres anliegen. Drei solcher Brenner befinden sich in gleicher Höhe und in gleicher Entfernung voneinander am unteren Theile des Eisenrohres, ebensoviele am oberen, und zwar so geordnet, dass die Verlängerung der unteren Flammen in die von den oberen freigelassenen Zwischenräume fällt. Die constanten Temperaturen, welche bei gleichem Gasdruck je nach der Anzahl der angezündeten Flammen in diesem Thermostaten herrschten, wurden ein für allemal mit einem Luftthermometer bestimmt. Dieses bestand in einem oben zugeschmolzenen, unten zu einem gleichmässigen Capillarrohr ausgezogenen, in Millimeter getheilten und auf Cubiccentimeter calibrirten Glasrohr von der Weite, Wandstärke und Glassubstanz der zu den späteren Versuchen benutzten Barometerröhre. Nachdem dieses mit trockner Luft gefüllte Luftthermometer im Thermostaten die zu messende Temperatur angenommen hatte, wurde der Barometerstand *P* notirt, die Capillarröhre des Luftthermometers mittelst einer mit Kautschuk gefütterten Glashülse <sup>1)</sup> verschlossen und diese, ohne völlige Abkühlung abzuwarten, unter Wasser wieder entfernt. Sobald die Temperatur stationär geworden war, wurde das im Luftthermometer vorhandene Luftvolumen *V*, sowie dessen Temperatur *t* und der Barometerstand *P*<sub>1</sub> gemessen. Nennt man *t*<sub>2</sub> die gesuchte Temperatur, *V*<sub>1</sub> den Hohlraum des Luftthermometers bei 0° C.,  $\gamma$  den Ausdehnungscoefficienten des Glases zwischen 0° und *t*<sup>0</sup>,  $\gamma_1$  denselben zwischen 0° und *t*<sub>2</sub>, *p* die der Temperatur *t* entsprechende Wasserdampftension, *s* das specifische Gewicht der atmosphärischen Luft, *g* das bei *t* und *t*<sub>2</sub> gleiche Gewicht der Luftvolumen *V* und *V*<sub>1</sub> in Grammen, so hat man:

1) Bunsen's gasometrische Methoden. 2. Aufl. p. 161.

$$(1) \quad V_1 (1 + \gamma_1 t_2) \frac{1}{(1 + \alpha t_2)} \frac{P}{0,76 \frac{773}{s}} = g,$$

$$(2) \quad V (1 + \gamma t) \frac{1}{(1 + \alpha t)} \frac{P_1 - p}{0,76 \frac{773}{s}} = g.$$

Dividirt man (1) durch (2) und setzt man:

$$\frac{V (1 + \gamma t) (P_1 - p)}{V_1 (1 + \alpha t) P} = A \quad \text{so ist:}$$

$$\frac{1 - A}{\alpha A - \gamma_1} = t_2.$$

Die Versuche konnten unbeschadet der erforderlichen Genauigkeit über Wasser, das wiederholt mit Luft geschüttelt war, angestellt werden, da die mit dem Gase in Berührung kommende Glaswand keine Benetzung erleidet, und da während der Zeit, welche der Versuch erfordert, wegen des statischen Gleichgewichts zwischen der frei vorhandenen und der im Wasser absorbirten Luft weder eine Abnahme, noch eine Vergrößerung des zu messenden Gasvolumens stattfindet, wie nach einigen Stunden wiederholte Messungen zeigten.

Die Tabelle I (p. 326) enthält die der Anzahl brennender Flammen entsprechenden Werthe von  $t_2$  nebst den Daten, aus welchen sie abgeleitet sind.

Zur Messung unterhalb 200° C. liegender Temperaturen diente ein Quecksilberthermometer, welches in den an Stelle der Verschraubung mit einem Asbestpfropf verschlossenen Thermostaten eingesenkt wurde. Da es erforderlich war, das Barometerrohr bei den Versuchen längere Zeit im Thermostaten bis zu 500° C. zu erhitzen, so habe ich nicht unterlassen, noch besonders zu prüfen, ob das Glas bei solchen Erhitzungen unter dem einseitigen Drucke einer Atmosphäre nicht schon eine merkliche Formveränderung erleidet, welche die auszuführenden Messungen gefährden könnte. Es wurde zu diesem Zwecke von der Glasröhre, aus welcher später das Barometer hergestellt werden sollte, ein Ende abgeschnitten oben zugeblasen, unten zu einem capillaren Stiel ausgezogen, und das so hergestellte Gefäss, nachdem der Hohlraum desselben bestimmt war, evacuirt. Dieses luftleere zugeschmolzene Gefäss zeigte, 12 Stunden

lang im Thermostaten einer Temperatur von 503° C. ausgesetzt, nach dem Erkalten keine die Grenzen unvermeidlicher Beobachtungsfehler überschreitende Veränderung seines durch Wasserwägung ausgemessenen Hohlraumes.

Tabelle I.

Anzahl d. Flammen	Wasserdruck des Leuchtgases						
	10 mm	10 mm	10 mm	10 mm	10 mm	10 mm	10 mm
$V_1$	38,30	38,30	38,30	38,30	38,30	38,30	38,90
$(1 + \gamma t) V$	23,79	19,36	19,47	17,07	17,10	15,95	15,98
$t$	21,3°	21,8°	21,8°	22,2°	22,6°	22,4°	22,7°
$P_1 - p$	0,7335	0,7349	0,7323	0,7354	0,7349	0,7362	0,7352
$P$	0,7523	0,7534	0,7538	0,7553	0,7551	0,7566	0,7552
$10^5 \alpha$	367	367	367	367	367	367	367
$10^7 \gamma_1$	276	276	276	304	304	394	394
$t_x$	215,4°	329,7°	328,7°	414,8°	415,0°	468,5°	467,5°
Mittel: $t_x$	215,4°	329,2°		414,9°		468,0°	

Anzahl d. Flammen	Wasserdruck des Leuchtgases						
	10 mm	10 mm	10 mm	10 mm	20 mm	20 mm	20 mm
$V_1$	38,30	38,30	38,30	38,30	38,30	38,30	38,90
$(1 + \gamma t) V$	15,36	15,23	14,99	14,80	21,59	18,35	16,44
$t$	23,0°	23,2°	23,2°	23,6°	21,5°	20,4°	21,2°
$P_1 - p$	0,7343	0,7316	0,7336	0,7316	0,7385	0,7407	0,7400
$P$	0,7549	0,7527	0,7548	0,7533	0,7576	0,7590	0,7593
$10^5 \alpha$	367	357	367	367	367	367	367
$10^7 \gamma$	394	394	394	394	276	304	304
$t_x$	499,0°	507,7°	526,1°	533,7°	266,4°	360,7°	438,8°
Mittel: $t_x$	503,3°		529,0°		—	—	—

Um den Einfluss des vom Glase an der Oberfläche zurückgehaltenen Wassers auf angrenzende Gase zu verstehen, muss man den Durchmesser der Wasserschichten kennen, welche das Glas bedecken. Zur Messung dieser Durchmesser dienten 22,4291 g der bei allen früheren Versuchen benutzten Glasfäden, deren aus dem Gewicht berechnete Oberfläche 2,11 qm betrug. Die in der Röhre Fig. 8 eingeschlossenen Fäden wurden in dem oben beschriebenen Trockenapparat Fig. 2 innerhalb eines Temperaturintervalles von 23—503° C.

dem trocknen Luftstrom bei verschiedenen constanten Temperaturen so lange ausgesetzt, bis die successiven Wägungen des fortgeführten Wassers zeigten, dass bei der herrschenden constanten Temperatur die Verdunstung eine verschwindend kleine geworden war. Die Resultate dieser Versuche, welche eine Zeit von 260 Stunden in Anspruch nahmen, sind in der folgenden Tabelle II zusammengestellt:

Tabelle II.

23° C.		107°		215°		329°		415°		468°		503°	
I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II
18	5,9	15	6,6	12	1,0	12	2,6	12	3,0	11	1,8	12	0,9
11	2,8	12	1,3	14	1,3	12	1,3	12	1,7	12	0,1	12	—
12	1,9	12	0,2	12	0,3	12	—	12	0,2	—	—	—	—
12	0,8	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
10	0,4	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
8a.63	11,8	39	8,1	38	2,6	36	3,9	36	4,9	23	1,9	24	0,9

Spalte I gibt die Dauer der Erhitzung in Stunden bei den darüber bemerkten constanten Temperaturen, Spalte II die bei diesen Temperaturen bis zum jedesmaligen Aufhören der Verdunstung vom Luftstrom fortgeführten Wassermengen in Milligrammen.

Auf den Fäden befanden sich diesen Versuchen zufolge in nicht verdampfbarem Zustande zurückgehaltenes Wasser:

bei 23° 107° 215° 329° 415° 468° 503° C.  
22,8 14,2 11,6 7,6 2,8 0,9 0,0 mg

Die Versuche zeigen, dass die in einem Luftstrom von constanter Temperatur vor sich gehende Verdunstung capillarer Wasserschichten sehr langsam erfolgt und unter allmählicher Abnahme zuletzt ganz oder nahezu ganz aufhört. Der Punkt, wo dies eintritt, hängt von der constanten Temperatur des Luftstromes ab: wird die Temperatur desselben zu einer höheren constanten gesteigert, so beginnt die Verdunstung von neuem, um allmählich abermals auf 0 herabzusinken, und dies so fort, bis endlich, aber erst bei sehr hoher Temperatur und nach sehr langer Zeit die ganze Wasserbedeckung als Dampf fortgeführt ist. An den Punkten, wo die Verdampfung bei den Temperaturen  $t$  aufhört, muss

der Dampfdruck an der Oberfläche der capillaren Wasserschicht gleich 0 sein und also mit der in entgegengesetztem Sinne vom Glase ausgehenden Capillaranziehung im Gleichgewicht stehen. Die den Temperaturen  $t$  entsprechenden Wasserdampftensionen sind daher ein Maass für den Capillardruck, welcher von der Glasoberfläche auf die Wasseroberfläche ausgeübt wird.

Nimmt man an, dass die Wasserschichten bei diesen Vorgängen das Glas gleichmässig bedecken, so ergibt sich deren Durchmesser aus folgender Betrachtung:

Es sei, in Millimetern gemessen, der mittlere Radius der Fäden  $R$ , ihre Gesamtlänge  $H$ , der Durchmesser der aufliegenden Wasserschicht  $d$ , das Volumen der Wasserschichten bei  $4^{\circ}$  C. in Cubikmillimetern  $g$ , so ist das Volumen der Glasfäden sammt Wasserschicht:

$$(R + d)^2 \pi H,$$

zieht man davon ab das Volumen der Glasfäden:

$$R^2 \pi H,$$

so ergibt sich:

$$(2Rd + d^2) \pi H = g,$$

und wenn man  $d^2$  als eine weit über der Fehlergrenze der Beobachtungen liegende Grösse vernachlässigt:

$$d = \frac{g}{2R\pi H}.$$

$2R\pi H$  ist die oben zu 211 9200 qmm angegebene Oberfläche der zu den Versuchen benutzten 22,4291 g Glasfäden.

$d$  bezieht sich auf eine Wasserschicht von der Temperatur  $4^{\circ}$  C. unter einem Drucke von 0,76 m. Bei den Versuchen befinden sich aber die Wasserschichten unter hohem Capillardruck und in weit höheren Temperaturen. Durch diesen von der Oberfläche nach der Tiefe hin in einem unbekannten Verhältniss zunehmenden Capillardruck muss sich der Werth von  $d$  verringern. Da aber die ohnehin mit steigendem Drucke abnehmende Compressibilität des Wassers so gering ist, dass  $d$  selbst bei sehr hohem Druck nur um einen sehr kleinen, die Fehlergrenze der Beobachtungen wohl kaum erreichenden Bruchtheil sich verringert, so wird man, ohne die weiter unten aus der Dicke der capillaren Wasser-



schichten gezogenen Schlüsse zu gefährden, diesen Fehler füglich ausser Acht lassen können.

Ein Gleiches ist bezüglich der hohen Temperaturen, in denen sich die Wasserschichten während der Versuche befanden, nicht zulässig. Um die bei den Beobachtungstemperaturen  $t$  sich ergebenden Durchmesser  $d$  der Wasserschichten zu erhalten, bedarf es vielmehr noch einer Correction, die sich aus der Volumenvergrößerung ergibt, welche die Volumeneinheit des Wassers durch Erhitzen von  $4^{\circ}$  C. auf die Beobachtungstemperaturen  $t$  erleidet. Nach Hirn's Versuchen wird das bei  $4^{\circ}$  C. gemessene Wasservolumen  $V$  bei  $23^{\circ}$  C. 1,00241, bei  $107^{\circ}$  1,04871 und bei  $215^{\circ}$  1,17965. Mit diesen Werthen, die leider für die höheren Temperaturen der Tab. II unbekannt sind, ist daher  $d$  noch zu multipliciren.

Die erste Columnne  $t$  der folgenden Tab. III gibt die constanten Temperaturen, bei welchen die Verdunstung zum Stillstand gebracht wurde, die zweite die Höhe  $d$  der bei diesen Temperaturen noch vorhandenen Wasserschicht in Millimetern bei  $4^{\circ}$  C, die dritte die Höhe  $d_1$  derselben Wasserschichten bei  $t^{\circ}$ , und die vierte  $p$  die den Temperaturen  $t$  entsprechenden Wasserdampfspannungen, welchen der an der Wasseroberfläche herrschende Capillardruck das Gleichgewicht hielt, und welche daher zur Schätzung des Capillardruckes dienen können.

Tabelle III.

$t$	$d$	$d_1$	$p$
23°	0,000 010 52	0,001 010 55	0,027
107	0,000 006 70	0,000 007 03	1,278
215	0,000 005 47	0,000 006 45	20,791
329	0,000 003 63	—	—
415	0,000 001 32	—	—
468	0,000 000 42	—	—
503	0,000 000 00	—	—

In der Curve Fig. 11 sind diese Beziehungen zwischen  $d_1$  und  $p$  graphisch dargestellt. Die Abscissenaxe gibt die Entfernungen der Wasseroberfläche von der Glaswand in Millimetern, die Ordinaten geben die bei diesen Entfernungen

von der Glaswand auf die Wasseroberfläche ausgeübten Capillaranziehungen, gemessen in Atmosphärendrucken.

Unter der Annahme, dass der Druck auf die innerhalb der Entfernungen 0,000 010 55 und 0,000 007 03 liegenden Wasserschichten derselben Potenz der Entfernung von der Glasschicht umgekehrt proportional bleibt, und dasselbe auch für die zwischen der Entfernung 0,000 007 03 und 0,000 006 45 liegenden Schichten gilt — wodurch das definirt ist, was ich unter mittleren Druck einer solchen Schicht verstehen will — ergibt sich, dass in der ersten der beiden Schichten der mittlere Druck nahe umgekehrt der 9., in der zweiten nahe umgekehrt der 32. Potenz proportional ist. Da nun in der betrachteten Gesamtschicht von 0,000 004 10 mm Dicke der Druck nach der eben angestellten Betrachtung von der negativen 9. auf die negative 32. Potenz der Entfernung steigt, die bis zum Glase reichende weitere Schicht aber noch eine Dicke von 0,000 006 45 mm besitzt, und nach dem Ergebniss der Beobachtungen vorauszusetzen ist, dass innerhalb dieser Schicht der Exponent der Druckzunahme in einem steigenden Verhältnisse wachsen wird, so lässt sich mit der grössten Wahrscheinlichkeit schliessen, dass der Druck in der Nähe der Glasfläche ein überaus grosser, nach Hunderten von Atmosphären zählender sein muss.

Aus dem Auftreten dieser hohen Druckkräfte folgen mit nothwendiger Consequenz alle die auffallenden Erscheinungen, welche ich bei meiner früheren Untersuchung<sup>1)</sup> beobachtet habe:

Die zu diesen früheren Versuchen benutzten Glasfäden waren, wie l. c. angegeben, ohne gleichzeitige Erhitzung abwechselnd in einem wasserfreien Kohlensäurestrom und im luftleeren Raume getrocknet. Sie waren daher, wie aus Tab. III erhellt, mit einer minimalen unter riesigem Capillardruck stehenden Wasserschicht bedeckt. Wenn nun, wie ich weiter unten durch den Versuch nachweisen werde, 1 ccm Wasser unter solchen Capillardrucken Tausende von

1) R. W. Bunsen, Wied. Ann. 20, p. 345. 1883 u. 22, p. 145. 1894.

Cubikcentimetern Kohlensäure zu absorbiren vermag, so wird man es nicht auffallend, sondern nur völlig erklärlich finden, denselben langen Zeiträumen, deren jede Gasabsorption in ruhenden Flüssigkeiten zur Herstellung des statischen Gleichgewichts bedarf, auch hier zu begegnen.

Ebenso leicht begreift man die aus meinen früheren Versuchen ersichtliche Thatsache, dass die Geschwindigkeit der Gasverdichtung, d. h. die in der Zeiteinheit absorbirte Gasmenge stets mit steigender Temperatur stieg und mit sinkender sank: denn wenn durch Temperaturerhöhung die kleinste Wassermenge von der capillaren Wasserschicht abdunstete, wurde deren Oberfläche der Glaswand näher gerückt und dadurch der Druck an der dem Gase dargebotenen Wasseroberfläche sehr erheblich vermehrt; das Gas musste demzufolge diesem höheren Drucke entsprechend mit grösserer Geschwindigkeit, oder aber, wenn eine Temperaturniedrigung die Dicke der Wasserschicht durch Dampfcondensation erhöhte, mit geringerer Geschwindigkeit in die Flüssigkeit eindringen, ganz wie es alle meine Versuche gezeigt haben.

Dass plötzliche oder allmähliche Druckschwankungen von einer halben oder mehr Atmosphären auf den Gang der Gasverdichtung gar keinen bemerkbaren Einfluss ausübten, kann noch weniger befremden, wenn man erwägt, dass wo Hunderte von Atmosphärendrucken wirksam waren, eine Vermehrung oder eine Verminderung um eine halbe oder ganze Atmosphäre nur Wirkungen bedingen konnte, die innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler liegen mussten.

Diese theoretischen Betrachtungen finden in den nachfolgenden Versuchen ihre experimentelle Begründung:

Alle diese Versuche werden in einem 15 mm weiten, mit aufgezätzter Millimeterscala versehenen, auf Cubikcentimeter calibrirten, in der Queckailberwanne vertical stehenden Barometerrohr von schwer schmelzbarem Glase ausgeführt. In dem Kopfe dieses Barometerrohres befanden sich die Glasfäden, welche daselbst infolge ihrer Elasticität hinlänglich festgehalten werden. Zum Einführen derselben diente die Vorrichtung Fig. 5. *a* ist ein mehr als meterlanger Glasstab, über welchen die bei *b* mit einem kleinen Wulst versehene

Glasröhre *c* soweit geschoben ist, dass noch ein kleines Ende des Glasstabes über den Wulst *b* hervorragt. Auf dieses hervorragende Ende werden die Glasfäden gewickelt, in das Barometer eingeführt und an dem für sie bestimmten Orte mittelst des Wulstes durch Herausziehen des Glasstabes von diesem abgestreift.

Um, wie es die Versuche erheischen, genau gemessene Gasvolumina in das verhältnissmässig enge Barometerrohr ohne Verlust einzufüllen, habe ich mich der kleinen 22 cm langen, 2,5 cm weiten, mit einer aufgeätzten Millimeterscala versehenen Einlassröhre (Fig. 6) bedient, die zu den beiden Oeffnungen *a* und *b* ausgezogen ist. Das Einfüllen des Quecksilbers bei der Calibrirung dieses Einlassrohres geschieht mittelst eines Glastrichters mit gebogenem Stiel durch die Oeffnung *a*, welche auch, wenn das mit Quecksilber gefüllte Rohr mit dem Kopf nach oben senkrecht in der Wanne steht, zum Einleiten des zu messenden Gases dient. In die Barometerröhre lässt man das Gas aus der unter dem Quecksilberniveau des Wassers befindlichen Oeffnung *b* aufsteigen, wobei das austretende Gasvolumen von der nach unten gekehrten, also unter höherem Druck stehenden Oeffnung *a* aus durch Quecksilber ersetzt wird. Die Differenz der vor und nach dem Ueberfüllen gemessenen Gasvolumina gibt das in das Barometer übergefüllte Volumen. Um das Einlassrohr frei von anhängenden Luftblasen mit Quecksilber zu füllen, genügt es, dasselbe so in die Quecksilberwanne einzutauchen, dass der Kopf der Röhre den Boden der Wanne berührt, während die Oeffnung *b* sich wenig unterhalb oder dicht oberhalb des Quecksilberniveaus der Wanne befindet.

Die Beobachtungen und Berechnungen wurden ganz in derselben Weise ausgeführt, wie ich es früher angegeben habe.<sup>1)</sup>

In dem Barometerrohr befanden sich hier, wie bei allen folgenden Versuchen 49,4527 g der bei meinen ersten Versuchen l. c. benutzten Glasfäden, welche ihrem Gewichte ent-

1) R. W. Bunsen, Wied. Ann. 22. p. 149. 1884.

sprechend ein Volumen von 17,737 ccm einnehmen und eine Oberfläche von 4,6733 qm darbieten.

Um die Fäden vollkommen auszutrocknen, werden sie, nachdem ihre Feuchtigkeit schon zuvor grösstentheils entfernt war, in dem aufrecht in der Wanne stehenden Barometer selbst mittelst des aufgestülpten Thermostaten mehrere Stunden lang auf 505° C. erhitzt erhalten, während ein dicht unter den erhitzten Fäden austretender Strom von völlig trockener Kohlensäure durch das vom Quecksilber der Wanne abgesperrte Barometerrohr geleitet wurde. Die unter den Fäden mündende Zuleitungsröhre bestand in einem sehr feinen nicht vulcanisirten Kautschukrohr. Bei dem Einführen desselben bis dicht unter die Fäden vermeidet man das Eindringen von Quecksilber dadurch, dass man das Kautschukrohr mit einem Glasstäbchen verschliesst und das Kautschuk dicht unterhalb dieses Verschlusses mittelst eines benetzten Federmessers aufschlitzt. Es entsteht dadurch ein venenklappenartiger Längsschnitt, welcher sich nur nach aussen öffnet und daher dem Gase freien Austritt gestattet, das Eindringen von Quecksilber in die Röhre aber verhindert. Mit den so getrockneten Fäden wurden die Versuche begonnen und erst später eine genau gewogene Menge Wasser in das Barometer gebracht. Man bewerkstelligt dies einfach dadurch, dass man das Wasser in einem damit vollständig angefüllten gestielten Glaskügelchen abwägt, das darauf an einen Platindraht angeschmolzene Kügelchen durch das Quecksilber bis unter die Fäden emporführt und dort mittelst des erhitzten Thermostaten zersprengt.

Die Beobachtungen, welche fast zwei Monate in Anspruch nahmen, sind in der untenstehenden Tab. IV vereinigt.  $V$  gibt die verdichteten Kohlensäurevolumen in Cubikcentimetern von 0° C. und 0,76 m Quecksilberdruck bis zu den unter  $T$  in Tagen und Bruchtheilen derselben angegebenen Zeiten,  $(V_1 - V_0)/(T_1 - T_0)$  die Geschwindigkeit der Gasverdichtung, nämlich das Gasvolumen, welches bei gleichbleibend gedachter Verdichtung zur Zeit  $T$  in einem Tage verschwinden würde, endlich  $t$  und  $P$  die in den zugehörigen Beobachtungszeiten vorhandenen Temperaturen und Quecksilberdrucke.

Tabelle IV.

Nr. d. Beob.	T	V	$\frac{V_1 - V_0}{T_1 - T_0}$	$\frac{V_1 - V_0}{T_1 - T_0}$	P
1	0,000	0,00	—	23,6°	0,7126
2	0,823	0,00	—	22,8	0,7394
3	1,823	-0,14	—	23,9	0,7420
4	2,823	+0,03	—	25,2	0,7412
5	3,823	-0,09	—	24,3	0,6338
6	4,776	-0,03	—	25,1	0,5858
7	5,772	-0,06	—	24,0	0,5857
8	6,772	+0,03	—	24,7	0,5890
9	7,678	23,80	26,27	18,7	0,4924
10	8,012	28,73	14,76	19,2	0,4751
11	8,553	33,99	9,72	18,3	0,4480
12	9,085	37,65	6,75	19,0	0,4312
13	9,595	39,30	3,30	18,3	0,4224
14	10,032	40,58	3,00	19,2	0,6187
15	10,612	41,78	2,03	18,6	0,6082
16	11,612	43,77	1,99	17,8	0,6021
17	12,612	44,66	0,89	18,6	0,5981
18	13,612	45,36	0,70	19,2	0,5941
19	14,612	45,77	0,41	20,2	0,5941
20	15,612	46,16	0,39	21,3	0,5941
21	16,695	46,42	0,24	21,8	0,5941
22	17,602	46,71	0,32	21,6	0,5921
23	18,602	46,94	0,23	22,2	0,5916
24	19,602	47,24	0,30	22,3	0,5899
25	20,602	47,27	0,03	22,3	0,5897
26	21,727	47,34	0,06	22,7	0,5898
27	22,592	47,46	0,14	21,9	0,5883
28	23,592	47,42	-0,04	22,3	0,5890
29	24,592	47,71	0,29	23,3	0,5881
30	26,592	47,88	0,09	22,4	0,5871
31	27,592	48,06	0,18	21,0	0,5867
32	28,592	48,10	0,04	20,7	0,5854
33	29,592	48,15	0,05	20,6	0,5839
34	30,592	48,16	0,01	20,8	0,5832
35	31,592	48,30	0,14	20,4	0,5821
36	32,592	48,32	0,02	18,6	0,5823
37	33,592	48,42	0,10	17,8	0,5821
38	34,592	48,44	0,02	19,1	0,5831
39	35,592	48,51	0,07	19,1	0,5840
40	36,696	48,50	-0,01	19,4	0,5823
41	37,696	48,57	0,07	19,4	0,5777
42	38,696	48,48	-0,09	18,3	0,5789
43	39,561	48,73	0,29	18,3	0,5755
44	40,712	48,62	-0,09	16,6	0,5768
45	41,792	48,77	0,15	16,8	0,5796
46	42,658	48,77	0,00	17,2	0,5774
47	43,658	48,73	-0,04	18,3	0,5790
48	44,481	48,66	-0,08	21,3	0,5812
49	45,481	48,68	0,02	22,2	0,5757
50	45,898	48,63	-0,12	26,1	0,5796
51	45,981	48,60	-0,36	26,3	0,5796



Nr. d. Beob.	T	V	$\frac{V_1 - V_0}{T_1 - T_0}$	t	P
52	46,481	48,67	0,14	17,4°	0,5731
53	46,648	48,62	-0,81	19,4	0,5777
54	47,596	48,78	-0,01	17,4	0,5800
55	48,596	48,82	0,09	17,2	0,5781
56	49,596	48,73	-0,09	16,8	0,5822
57	50,502	48,73	0,00	16,4	0,5825
58	50,734	51,31	11,12	19,3	0,5649
59	52,817	60,78	5,98	18,4	0,5332
60	53,442	65,20	3,93	19,0	0,5136
61	54,692	67,97	2,22	18,5	0,4973
62	55,400	63,82	1,20	18,5	0,4972
63	56,400	69,63	0,81	17,6	0,4935

Aus den Beobachtungen 1) bis 8) dieser Tabelle lässt sich zunächst entnehmen, dass an der völlig von Feuchtigkeit befreiten Glasfläche gar keine nachweisbare langsame Condensation stattfand.

Nach der achten Beobachtung wurden in die Barometer-röhre 0,0226 g Wasser gebracht, welches die Wände derselben in Tröpfchen bedeckte. Trotzdem, dass diese Wassermenge ausgereicht haben würde, den die freie Kohlensäure enthaltenden Raum von 105 ccm dreizehnmal mit Wasserdampf von der herrschenden Temperatur 18,7° C. entsprechenden Spannung zu erfüllen, zeigte sich doch schon nach 24 Stunden keine Spur von Wasser mehr an der Glaswand. Die Glasfäden wirkten daher rascher entwässernd, als unter gleichen Umständen eine Chlorcalciumkugel. Bei der neunten Beobachtung hatten sich in Zeit von 22 Stunden bereits 23,8 ccm Kohlensäure verdichtet. Zu dieser Zeit betrug die mittlere Geschwindigkeit der Condensation 26,27 ccm, nach weiteren 8 Stunden 14,76 ccm, 13 Stunden später nur noch 9,72 und so fort, bis dieselbe nach ungefähr 28 Tagen in der Nähe der 39. Beobachtung bis zu einer innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler liegenden Grösse herabgesunken war. Diese Vorgänge beweisen, dass Glasflächen, welche an sich gar keine langsame Condensation der Kohlensäure hervorbringen, an der Oberfläche einer ihrer innerhalb der Capillarsphäre aufgelagerten Wasserschicht durch Capillaranziehung einen Druck auszuüben vermögen, der eine colos-

sale Gasabsorption zur Folge hat. Da während der folgenden 14 Tage bis zur 57. Beobachtung keine Gascondensation mehr bemerkbar war, so ist anzunehmen, dass die aus den vorhandenen 22,6 mm Wasser gebildete 0,000 004 84 mm dicke Flüssigkeitsschicht soviel Kohlensäure aufgenommen hatte, als dem in der Entfernung von 0,000 004 84 mm vom Glase herrschenden Capillardruck entspricht.

Vergleicht man das Ergebniss der früher von mir angestellten, in diesen Annalen<sup>1)</sup> mitgetheilten Condensationsversuche mit den eben betrachteten, so zeigt sich bei beiden in der Dauer und Grösse der Gasverdichtung ein grosser Unterschied. Bei den jetzigen Versuchen betrug die Condensation der Kohlensäure auf einer Oberfläche von 4,6733 qm 48,7 ccm und hatte schon nach ungefähr 40 Tagen ihr Maximum erreicht; bei den früheren war dieses Maximum nach länger als 3 Jahren noch nicht eingetreten und in diesem langen Zeitraume nicht mehr als 25,4 ccm Kohlensäure auf einer gleichen Oberfläche von 4,6733 fixirt. Diese grosse Verschiedenheit ist eine nothwendige Folge der verschiedenen Dicken der bei beiden Versuchen wirksamen Wasserschichten. Bei meinen früheren Versuchen waren die zuvor der Luft längere Zeit ausgesetzten Glasfäden etwas unter 20°C. getrocknet. Sie enthielten daher eine Wasserschicht, deren Oberfläche, wie man aus Tab. III schliessen kann, nur etwa 0,000 0105 mm von der Glaswand abstand und daher nur einem sehr kleinen, nach der Tiefe hin rasch wachsenden Capillardruck unterworfen war, während bei dem hier in Frage stehenden Versuche die Wasseroberfläche nur 0,000 004 84 mm von der Glasfläche entfernt lag. Die Gasverdichtung musste daher, ganz wie es die Versuche gezeigt haben, den wirkenden Capillardrücken entsprechend hier schneller und ergiebiger, dort langsamer und spärlicher auftreten.

Nachdem bei Beobachtung 57, wo das Maximum der Gasabsorption erreicht war, der im Barometer schon vorhandenen noch eine ungefähr gleiche Wassermenge hinzugefügt

1) R. W. Bunsen, Wied. Ann. 20. p. 555. 1858.

und dadurch die ursprüngliche 0,000 004 84 mm dicke Schicht auf nahe das Doppelte erhöht war, begann die Gasverdichtung von neuem und betrug (Beobachtung 57 bis 63) in 6 Tagen 22 ccm, während bei der anfänglichen, nur halb so hohen Wasserbedeckung (Beobachtung 9 bis 18) in derselben Zeit von 6 Tagen 45 ccm Gas verschwanden. Dies zeigt wiederum, dass die Geschwindigkeit der Condensation mit der Entfernung der Wasseroberfläche vom Glase bedeutend abnimmt; wie die Curve Fig. 7, welche sich auf die niedere, und die Curve Fig. 8, welche sich auf die höhere Schicht bezieht, zeigt. Die Abscissenaxe dieser Curven gibt die Zeiten von dem Einbringen des Wassers an gerechnet, die Ordinatenaxe die diesen Zeiten entsprechenden Geschwindigkeiten, wobei mit Bezug auf Tab. IV:

$$t = 4T \quad \text{und} \quad c = \frac{1}{2} \frac{V_1 - V_0}{T_1 - T_0}$$

angenommen ist.

Sehr merkwürdig ist die absolute Grösse der capillaren Gasabsorption, welche sich aus den Versuchen ergibt. Die 22,6 cmm Wasser, welche sich auf den Fäden befanden, hatten in einem Zeitraume von 33 Tagen (Beobachtung 8 bis 43) 48700 cmm Kohlensäure von 0 und 0,76°, also ihr 2155faches Volumen aufgenommen, während dieselbe Wassermenge, dem Einflusse der Capillarkraft entzogen, unter sonst gleichen Umständen kaum ihr gleiches Volumen, also nur 22,6 cmm von diesem Gase zu absorbiren vermag. Die Schicht, welche die Fäden nach vollendeter Absorption bedeckte, bestand diesen Versuchen zufolge dem Gewichte nach in 100 Theilen aus:

Kohlensäure	80,9
Wasser	19,1
	<hr/> 100,0

Es ist schwer, sich eine Vorstellung davon zu machen, in welcher Form diese Kohlensäure mit dem Wasser vereinigt ist. Sie kann möglicherweise in flüssiger oder fester Form vorhanden sein; möglich auch, dass sie in chemischer Verbindung mit dem Wasser auftritt. In dem einfachen Hydrat  $\text{H}_2\text{O}, \text{CO}_2$  würden 19,1 Wasser mit 46,69 Kohlen-

säure vereinigt sein, also immer noch 34,2 freie Kohlensäure übrig bleiben. Die Verbindung  $\text{CO}_2, 8\text{H}_2\text{O}$ , deren Existenz Wroblewski aus seinen Versuchen folgert, würde auf 19,1 Theile Wasser sogar noch 75,06 freie Kohlensäure voraussetzen.

Als bei der 48. Beobachtung die Gascondensation zu einer nicht mehr messbaren Grösse herabgesunken war, wurde die Temperatur des Gaszimmers in dem Zeitraume von 6 Tagen ganz allmählich von  $13,3^\circ \text{C}$ . auf  $26,3^\circ$  erhöht, ohne dass dadurch eine nachweisbare Veränderung bezüglich der absorbirten Gasmenge eintrat. Wäre die Wasserschicht, in welcher die Absorption stattgehabt hatte, lediglich dem von der Kohlensäure ausgeübten Drucke ausgesetzt gewesen, so hätte infolge der Temperaturerhöhung von  $13,8$  auf  $26,3^\circ$  Verdunstung eintreten und eine dem verdunsteten mit Kohlensäure gesättigten Wasser entsprechende Gasmenge frei werden müssen. Innerhalb der Sphäre der Capillaranziehung war diese nicht möglich, da der Capillardruck an der Oberfläche der Wasserschicht, wie leicht zu ersehen ist, weit grösser war, als derjenige Dampfdruck, welcher der Temperatur  $26,3^\circ$  entspricht. Es konnte demnach gar keine Verdunstung und daher auch keine Störung in dem statischen Gleichgewicht zwischen Gas und Wasser eintreten. Dies wird durch die Beobachtung 50 bis 57 vollkommen bestätigt. Als in den zwischen diesen Beobachtungen liegenden 4 Tagen eine Chlorcalciumkugel mit dem Gase in Berührung gelassen wurde, war, wie die Tab. IV zeigt, nicht die mindeste Volumenveränderung bemerkbar.

Die Bedingungen, unter denen das absorbirte Gas wieder in Freiheit treten muss, liegen nach diesen Betrachtungen auf der Hand: Der Punkt, wo die erste Loslösung erfolgt, kann nur oberhalb der Temperatur liegen, in welcher der Capillardruck der Spannkraft des Wasserdampfes das Gleichgewicht hält.

Bei der folgenden Versuchsreihe, aus der sich in Uebereinstimmung mit dieser Thatsache das Verhalten der capillaren Absorption in höheren, als den bisher von mir untersuchten Temperaturen ergibt, werden die Fäden in dem zu

den bisherigen Versuchen benutzten Barometer lange Zeit einem durch schwache Kochsalzlösung geleiteten, also nicht völlig mit Wasserdampf gesättigten Luftstrom bei gewöhnlicher Temperatur ausgesetzt und dann in einem wasserfreien Kohlensäurestrom 2 Stunden lang bei  $20^{\circ}$  C. entwässert. Die so behandelten Fäden mussten daher erheblich mehr Wasser enthalten, als bei den Versuchen der Tab. IV vorhanden war. Um die Dicke dieser grösseren Wasserschicht annähernd zu bestimmen, wurden 3,8885 g der, wie eben angegeben, behandelten Fäden bis nahe zur Glühtemperatur erhitzt und das so entfernte Wasser durch Gewichtsverlust bestimmt. Es wog 0,0852 g. Die im Barometer enthaltenen 49,4527 g Fäden hatten daher diesem Versuche zufolge 1,0861 g, also nicht weniger als 2 Proc. ihres eigenen Gewichts Wasser in Form einer 0,000 232 4 mm dicken Schicht auf ihrer Oberfläche verdichtet.

Nachdem das, wie erwähnt, mit Kohlensäure gefüllte Barometer im Gaszimmer eine constante Temperatur angenommen hatte, wurde das vorhandene Gasvolumen abgelesen und die Messung nach 35,739 Tagen wiederholt. Es waren bis zu diesem Zeitpunkt, von welchem an die Beobachtungen der folgenden Tabelle V (p. 340) beginnen, ohne Rücksicht auf das während der Füllung von den Fäden aufgenommene Gas bereits 44,15 ccm Kohlensäure von  $0^{\circ}$  C. und 0,76 absorbirt.

Bei der 14. Beobachtung der nachstehenden Tabelle V wurde der Kopf des Barometers mit dem Thermostaten bedeckt und die Fäden nur so lange nicht ganz auf  $100^{\circ}$  C. erhitzt, bis sich ein leichter Hauchbeschlag an der inneren Wand des Barometers zeigte. Vor dem Erhitzen des Apparates waren 83,7 ccm (Beobachtung 17), nach dem Erhitzen und Erkalten nur noch 67,87 ccm absorbirt, also 15 ccm mit dem abgedunsteten und dadurch der Sphäre der Capillaranziehung entrückten Wasser frei geworden. Die Oberfläche der auf den Fäden zurückgebliebenen Wasserschicht war infolge dessen der Glasoberfläche näher gerückt und musste sich daher jetzt unter einem höheren Capillardruck befinden. Dies zeigt sich in der auffallendsten Weise bei den auf die

17. folgenden Beobachtungen, welche nach Verlauf von 5 Stunden noch eine Vermehrung der Condensationsgeschwindigkeit von 0,69 auf 56,33, also eine Steigerung auf das Zweiundachtzigfache

Tabelle V.

Nr. d. Beob.	$T$	$V$	$\frac{V_1 - V_0}{T_1 - T_0}$	$\epsilon$	$P$
1	36,739	44,15	—	11,0	0,5555
2	37,739	44,76	0,61	9,9	0,5527
3	38,739	45,27	0,51	9,2	0,5478
4	40,739	46,32	0,53	8,7	0,5456
5	42,739	47,73	0,54	7,7	0,5359
6	46,739	48,61	0,22	9,9	0,5893
7	50,739	50,56	0,45	13,8	0,5337
8	53,739	51,91	0,45	12,2	0,5227
9	57,739	52,82	0,23	12,0	0,5224
10	61,739	56,28	0,87	15,8	0,5120
11	64,739	59,02	0,91	17,3	0,5033
12	67,739	62,05	1,10	18,6	0,4852
13	71,739	66,24	1,05	18,0	0,4726
14	76,739	71,06	0,98	18,4	0,4445
15	85,739	78,21	0,79	16,7	0,3984
16	92,739	82,34	0,60	15,7	0,3775
17	94,604	83,72	0,69	18,0	0,3769
18	94,771	67,87	-94,93	19,3	0,4581
19	94,812	70,20	+56,83	19,2	0,4454
20	94,854	72,22	45,72	19,4	0,4352
21	94,896	74,00	42,98	20,0	0,4247
22	94,938	75,40	33,34	19,8	0,4167
23	95,000	77,34	31,29	19,7	0,4030
24	95,126	81,71	27,55	19,6	0,3763
25	95,427	84,58	9,54	19,0	0,3586
26	95,659	67,20	-74,91	18,4	0,4601
27	95,767	70,95	+34,72	18,0	0,4412
28	95,954	76,99	32,29	19,8	0,4084
29	96,315	83,40	17,80	18,4	0,7127
30	96,877	91,53	14,46	17,3	0,6810
31	97,044	93,74	13,23	18,5	0,6744
32	97,263	96,10	10,75	17,7	0,6647
33	97,804	101,89	9,78	16,4	0,6459
34	98,887	109,63	7,61	16,5	0,6177
35	99,804	112,40	6,64	16,7	0,6073
36	100,017	117,16	6,68	16,0	0,5889
37	100,762	121,45	6,65	15,5	0,5720
38	101,800	127,57	5,90	15,6	0,5432
39	102,814	132,57	4,93	15,7	0,5243
40	103,808	136,87	4,33	16,4	0,5048
41	104,787	141,11	4,33	16,2	0,4848
42	105,922	145,17	3,58	17,0	0,4670
43	106,787	148,15	3,45	17,3	0,4598
44	107,756	151,38	3,33	17,8	0,4364
45	108,735	154,37	3,05	19,2	0,4215



aufweisen. Die weitere Verdichtung erfolgte so rasch, dass nach 18 Stunden der vor dem Erhitzen vorhandene Stand des Quecksilbers wieder erreicht und also in dieser kurzen Zeit das ganze losgelöste Gasvolumen von 15,85 ccm schon wieder fixirt war. Derselbe Versuch wurde nun bei der 25. Beobachtung wiederholt, nur mit dem Unterschiede, dass eine noch grössere Menge Wasser als zuvor von den Fäden durch Erhitzen entfernt wurde, mithin auch der Capillardruck auf die an den Fäden zurückgebliebene Wasserschicht noch grösser sein musste, als bei dem vorhergehenden Versuche. Auch hier zeigen sich bei der nach Verlauf von 8 Stunden angestellten Beobachtung wiederum 17 ccm mit dem abgedunsteten Wasser in Freiheit gesetzt und eine Erhöhung der Condensationsgeschwindigkeit von 9,54 auf 34,72, scheinbar eine geringere aber in Wirklichkeit eine grössere als vorher, wenn man die Condensationsgeschwindigkeiten beider Versuche, in gleichen Zeitabständen von der Erhitzung an gerechnet, miteinander vergleicht, wie die Curve Fig. 9, welche dem ersteren Versuche, und die Curve Fig. 10, welche dem zweiten entspricht, erkennen lässt. Hier zeigt sich also, dass bei einer 0,000 232 mm dicken capillaren Wasserschicht schon in der Nähe von  $100^{\circ}$  C. die Temperatur überschritten ist, wo Capillar- und Dampfdruck sich das Gleichgewicht halten, und das absorbirte Gas anfängt wieder freizuwerden. Zugleich sieht man, dass jede Höhenverschiedenheit der expillaren Wasserschicht, mag sie durch Verdampfung oder durch Condensation herbeigeführt sein, eine entsprechende Aenderung in der Absorptionsgeschwindigkeit zur Folge hat.

Setzt man die Fäden einer Temperatur aus, bei welcher die Dicke der Wasserschicht gleich Null wird, so muss das ganze in der letzteren vorhandene Gas wieder frei werden. Um dies zu erreichen, wurde unmittelbar nach Beobachtung 45 das im Barometer noch unabsorbirt vorhandene Gasvolumen von 0<sup>o</sup> und 0,76 m  $V_0$  bestimmt, der Kopf des Barometers mit dem Thermostaten bedeckt und die Temperatur allmählich auf  $467^{\circ}$  C. gesteigert. Die untere Oeffnung des Barometers war dabei, weil sein Hohlraum zur Aufnahme des entwickelten Gases nicht ausreichte, unter Quecksilber mit

einem durchbohrten Kautschukstöpsel verschlossen, in welchem sich ein sehr enges U-förmiges, mit Quecksilber gefülltes Ableitungsrohr befand, dessen eine Oeffnung im Barometer über den Pfropfen erheblich hervorragte, während die andere Oeffnung unter einem mit Quecksilber gefüllten, dicht neben dem Barometer in derselben Wanne stehenden Messrohr mündete. Sobald bei fortgesetztem Erhitzen keine Gasblasen mehr zum Vorschein kamen, wurde, nachdem der Thermostat entfernt und eine stationäre Temperatur eingetreten war, sowohl das übergegangene Gasvolumen  $V_1$  als auch das im Barometer zurückgebliebene  $V_2$  gemessen, und auf 0° und 0,76 m reducirt. Diese reducirten Volumina ergaben für  $V_0$  28,23 ccm, für  $V_1$  169,42 ccm und für  $V_2$  95,72 ccm. Es waren mithin  $V_1 + V_2 - V_0 = 236,91$  ccm Kohlensäure vom Wasser der Fäden entlassen, zu deren Fixirung auf einer 4,6793 qm grossen Glasfläche 109 Tage erforderlich gewesen waren. Die Glasfäden von 49,4527 g Gewicht hatten demzufolge in der ihnen aufgelagerten Wasserschicht von nur 0,000 232 4 mm Dicke nicht weniger als 0,4659 g oder nahezu 1 Proc. ihres Gewichtes Kohlensäure condensirt. Die abgeschiedene Kohlensäure war durch Natronlösung bis auf eine kleine Luftblase die von der nur siebenprocentigen Natronflüssigkeit herrühren konnte, absorbirbar. Das übergegangene Wasser und die zurückgebliebenen Fäden reagirten beide neutral. Vergleicht man diesen Versuch mit dem oben p. 397 erörterten, so ergibt sich, dass dort bei einer Dicke der capillaren Wasserschicht von 0,000 004 84 mm ein Volumen Wasser in 40 Tagen bei nahezu erreichter Sättigung sein 2155 faches Volumen Kohlensäure aufnahm; dagegen hier, bei einer weit grösseren Dicke der capillaren Wasserschicht von 0,000 232 4 mm Durchmesser in 109 Tagen, also in fast der dreifachen Zeit in ein Volumen Wasser erst 218 Volumina Kohlensäure eingetreten waren, und dabei die capillare Wasserschicht sich so wenig ihrem Sättigungspunkt genähert hatte, dass täglich noch (Beobachtung 45) 3 ccm Kohlensäure verdichtet wurden.

Die in der folgenden Tab. VI zusammengestellten Beobachtungen geben den experimentellen Nachweis, dass bedeu-

tende plötzliche Aenderungen des partialen und totalen Gasdruckes keinen bemerkbaren Einfluss auf die in der capillaren Wasserschicht aus- und eintretenden Gase ausüben.

Tabelle VI.

Nr. d. Beob.	<i>T</i>	<i>V</i>	$\frac{V_1 - V_0}{T_1 - T_0}$	<i>t</i>	<i>P</i>
1	0,000	70,25	0,00	17,3	0,4895
2	1,000	70,67	0,42	15,7	0,4843
3	2,000	71,33	0,66	15,2	0,4828
4	5,083	71,06	0,24	15,3	0,4787
5	6,125	72,63	0,55	16,0	0,4750
6	7,875	73,06	0,25	19,9	0,4702
7	8,917	73,66	0,59	19,8	0,4712
8	11,229	74,96	0,55	13,2	0,4637
9	12,057	75,12	0,19	13,6	0,4622
10	15,037	75,61	0,16	18,0	0,4523
11	15,922	75,81	0,23	11,5	0,4502
12	16,172	75,94	0,51	11,0	0,5989
13	16,901	76,08	0,19	9,7	0,6008
14	17,948	76,48	0,38	9,3	0,5999
15	18,943	76,72	0,24	9,4	0,6030
16	19,922	76,89	0,17	9,3	0,6027
17	21,943	77,16	0,13	10,3	0,6052
18	24,964	77,63	0,16	12,2	0,6038
19	28,901	78,21	0,15	10,4	0,5947
20	49,047	79,11	0,04	8,6	0,5958
21	55,922	79,40	0,04	5,7	0,5880
22	57,088	79,32	-0,07	6,2	0,5835
23	58,964	79,49	+0,09	5,4	0,7432
24	61,005	79,60	+0,05	4,4	0,7434
25	62,005	79,56	-0,04	2,2	1,2018
26	63,047	79,77	+0,20	2,3	1,2011
27	64,047	79,74	-0,03	4,4	1,1992
28	67,047	79,71	-0,01	2,4	1,1996
29	71,172	79,78	+0,02	6,6	0,5887
30	75,297	79,72	-0,01	10,1	0,5927
31	76,297	79,72	0,00	9,4	0,5967
32	97,297	80,20	+0,02	2,7	0,5874

Bei Beobachtung 1 der vorstehenden Tabelle waren bereits 70,25 ccm Kohlensäure auf den Fäden absorbiert. Als nach 16 Tagen (Beobachtung 11) die absorbierte Gasmenge auf 75,81 ccm gestiegen war, betrug das Volumen der im Barometerrohr noch vorhandenen freien Kohlensäure 36,98 ccm. Dieses Gas wurde nun mittelst des oben beschriebenen getheilten Einlassrohres mit vollkommen trockenem chemisch reinen Sauerstoff verdünnt. Das zugesetzte Sauerstoffvolumen ergibt sich aus folgenden Ablesungen des Einfüllrohrs:

	ccm	Temp. C.	Druck	ccm 6,0°-0,76 m.
Sauerstoff vor dem Ueberfüllen	95,85	11,5	0,7140 m	84,92
Sauerstoff nach dem Ueberfüllen	61,53	11,4	0,6503 m	49,92

Die vorhandenen 36,38 ccm freie Kohlensäure waren demnach mit 35,00 ccm Sauerstoff verdünnt, woraus in der Einheit des Gasmisches sich folgende Zusammensetzung ergibt:

Kohlensäure 0,51

Sauerstoff 0,49

1,00

Erst nachdem die völlig gleichförmige Mischung der Gase durch 500 Quecksilberoscillationen bewirkt, und eine stationäre Temperatur eingetreten war, wurden die Beobachtungen fortgesetzt. Die Spannkraft der Kohlensäure vor der Zulassung des Sauerstoffes war 0,4502 m, nach der Zulassung  $0,5989 \times 0,51 = 0,3055$  m. Die von der capillaren Wasserschicht nahe bis zur Sättigung absorbirte Kohlensäure betrug 75,81 ccm (Beobachtung 11). Hätte die Spannkraft der Kohlensäure allein gewirkt, so würden, dem Absorptionsgesetze entsprechend, nach Zulassung des Sauerstoffes nur noch  $75,81 \times \frac{0,3055}{0,4502} = 51,4$  ccm Kohlensäure im Wasser haben zurückbleiben können, also 24,4 ccm haben frei werden müssen. Davon gibt sich aber nichts in den Beobachtungen zu erkennen, vielmehr findet in den auf die 11. Beobachtung folgenden 40 Tagen noch eine regelmässige Absorption von im ganzen 3,6 ccm statt. Der Grund, weshalb die Druckveränderung ohne nachweisbare Folgen blieb, ist lediglich in dem Umstande zu suchen, dass nicht die Spannkraft der Kohlensäure allein, sondern ausserdem noch der Capillardruck wirkte, welchem das in der Sphäre der Capillaranziehung befindliche Wasser ausgesetzt war.

Ebensowenig wie partiale, wirkten auch totale Druckveränderungen auf die absorbirte Gasmenge in bemerkbarer Weise ein. Um solche höhere Drucke in dem Barometer zu erzeugen, wurde dasselbe mit einem durchbohrten Kautschukstöpsel unter dem Quecksilber der Wanne verschlossen. In der Durchbohrung befand sich eine enge, knieförmig gebogene, ganz unter Quecksilber tauchende Glasröhre, welche mittelst eines langen, dickwandigen, engen, nicht vulcanisirten Kaut-

schukrohres mit einer in Millimeter getheilten Messröhre verbunden war. Um jede Luftverunreinigung bei dem Versuche zu vermeiden, wurden sämmtliche Röhren mit Quecksilber gefüllt, bevor das Messrohr mittelst Stöpsel mit dem Inneren des Barometers in Communication gesetzt wurde. Durch Heben und Senken des mit Quecksilber gefüllten Messrohres konnte jetzt der Druck beliebig variirt und mittelst eines Kathetometers genau gemessen werden. Aus den in dieser Weise bei höherem Drucke angestellten Beobachtungen 22—29 ist ersichtlich, dass auch eine Steigerung des totalen Druckes von 0,5835 auf 0,7434 m bis zu 1,2018 m Quecksilberhöhe keine die Grenzen der Beobachtungsfehler überschreitende Aenderung in der absorbirten Gasmenge bedingte. Denkt man sich die hier vorhandene mit 79,3 ccm Kohlensäure gesättigte Wasserschicht der Sphäre der Capillaranziehungen entrückt, so hätte, wenn wie hier der Druck von 0,5835 auf 1,202 erhöht worden wäre, die Absorption von 79,3 auf 163,3 ccm steigen müssen. Dass man nichts dergleichen wahrnimmt, wenn sich zu dem partialen und totalen Gasdruck noch der Capillardruck hinzugesellt, steht keineswegs im Widerspruch mit den Gesetzen der Gasabsorption, wie folgende Erwägung zeigt: nach diesen Gesetzen besteht innerhalb der Grenzen ihrer Gültigkeit zwischen den von derselben Flüssigkeitsmenge bis zur Sättigung aufgenommenen Gasvolumina  $V$  und  $V_1$  und den diesen Volumina entsprechenden Drucken  $p$  und  $p_1$  die Beziehung:

$$\frac{V}{V_1} = \frac{p}{p_1}$$

Der Druck nun, unter dem die Kohlensäure an der Oberfläche der capillaren Wasserschicht sich befand, setzt sich zusammen einerseits aus der partialen Spannung der Kohlensäure  $ap$ , wo  $p$  die totale Spannkraft des Gasgemenges und  $a$  das Volumen der Kohlensäure in der Volumeneinheit des Gemenges bedeutet, und andererseits aus dem Capillardrucke  $P$ , welcher an der Oberfläche der Wasserschicht herrschte. Man hat daher mit Berücksichtigung dieses Capillardruckes innerhalb der Gültigkeitsgrenzen des Absorptionsgesetzes für die unter den Gasdrucken  $p$  und  $p_1$  in

der Wasserschicht der Fäden absorbirten Gasvolumina  $V$  und  $V_1$  die Gleichung:

$$\frac{V}{V_1} = \frac{ap + P}{ap_1 + P}$$

Wenn  $P$  gegen  $ap$  und  $ap_1$  sehr gross ist, kann eine Aenderung der letzteren Grössen auf den Werth von  $V/V_1$  nur von geringem Einfluss sein, wie folgendes Beispiel zeigt: während, wie oben gezeigt, die Werthe von  $P$  auf Hunderte von Atmosphärendrücken steigen können, schwanken bei allen im Vorstehenden mitgetheilten Versuchen die Werthe von  $ap$  und  $ap_1$  nur um den Druck von einer Atmosphäre. Nun lässt sich mit Hilfe der vorstehenden Gleichung leicht berechnen, wie gross der Capillardruck bei Beobachtung 22 und 25, wo der Gasdruck von 0,5835 auf 1,2018 m stieg, hätte sein müssen, damit das absorbirte Gasvolumen von 79,32 ccm die beobachtete, gerade noch innerhalb der Grenze der Beobachtungsfehler liegende, aber nicht mehr messbare Steigerung der Absorption auf 79,56 ccm erlitt. Aus den folgenden Werthen der Beobachtungen 22 und 25:

$$\alpha = 0,51, \quad p = 0,5835, \quad p_1 = 1,2018, \quad V = 79,32, \quad V_1 = 79,56$$

ergibt sich dann, dass dieser Capillardruck nur 137 Atmosphären zu betragen brauchte, um die beobachteten Erscheinungen herbeizuführen. Für sehr hohe Drucke zeigt das Absorptionsgesetz erhebliche Abweichungen. Es wird unter diesen Umständen:

$$\frac{ap + P}{ap_1 + P} < \frac{V}{V_1},$$

und deshalb  $P > 137$ . Für diesen in Wirklichkeit hier vorliegenden Fall ist daher nur ein grösserer Capillardruck als 137 vorauszusetzen, um zu demselben Schlusse zu gelangen.

Fasst man die Resultate der vorstehenden Untersuchung zusammen, so ergibt sich, dass die von mir betrachteten auffallenden Erscheinungen der Gascondensation, welche man sehr mit Unrecht Versuchsfehlern hat zuschreiben wollen, mit Nothwendigkeit aus der capillaren Gasabsorption folgen, und in dieser bis in die kleinsten Einzelheiten ihre vollständige Erklärung finden. Nicht minder leuchtet es ein,



dass in den minimalsten Feuchtigkeitsspuren, welche bei sehr hohen Temperaturen an Glasoberflächen noch zurückgehalten werden, eine Fehlerquelle zu suchen ist, die um so störender in gasometrische Bestimmungen eingreifen kann, als ihre Grösse von der Zeit nach einem unbestimmbaren Gesetz in hohem Grade abhängig ist. Zugleich sieht man, dass ein einfacher Weg, diese Fehlerquelle zu beseitigen dadurch gegeben ist, dass man da, wo die grösste Genauigkeit erreicht werden soll, alle zur Gasaufnahme bestimmten Glasgefässe vor der Verwendung von den letzten gerade am störendsten wirkenden Feuchtigkeitsspuren befreit, und zwar in viel höheren Temperaturen, als sie bei den meisten der bisherigen Untersuchungen in Anwendung gekommen sind.

Auf die Vorgänge in der Natur, bei welchen die capillare Gasabsorption eine hervorragende und eingreifende Rolle spielt, ist hier noch nicht der Ort, näher einzugehen.

Heidelberg, den 10. Januar 1885.

## II. *Electrische Untersuchungen;* *von G. Quincke.*

(Ein Theil der Resultate dieser Untersuchungen wurde der k. Acad. d. Wiss. zu Berlin am 17. Jan. 1884 und dem naturhistorisch-medizinischen Verein zu Heidelberg am 2. Mai 1884 mitgetheilt.)

(Hierzu Taf. VII Fig. 1–16 und Taf. VIII Fig. 17–18.)

### X. Ueber die Messung magnetischer Kräfte durch hydrostatischen Druck.

§ 82. Dimagnetisirungsconstante. In den Abschnitten VII, VIII und IX dieser Mittheilungen<sup>1)</sup> wurden die Druckkräfte untersucht, welche isolirende Flüssigkeiten im electrischen Felde zeigen, wenn sie wie das Glas einer Leidener Flasche electrifizirt werden.

Es zeigte sich dabei im allgemeinen eine Zugkraft parallel

1) Quincke, Wied. Ann. 19. p. 545–588; 705–782. 1893; vgl. auch 10. p. 161–202; p. 374–414; 513–553. 1880.

den electricischen Kraftlinien und eine Druckkraft von nahezu gleicher Grösse senkrecht zu den electricischen Kraftlinien, die proportional dem Quadrate der electricischen Kraft an der betreffenden Stelle des electricischen Feldes und proportional der Dielectricitätsconstante der betreffenden Flüssigkeit war.

Ich habe jetzt eine ähnliche Untersuchung für magnetische und diamagnetische Flüssigkeiten durchgeführt mit zum Theil ähnlichen Methoden.

Verhalten sich dielectricisch und magnetisch polarisirte Körper analog, wie es den theoretischen Ansichten von Faraday<sup>1)</sup>, Maxwell<sup>2)</sup> und von Helmholtz<sup>3)</sup> entspricht, so muss bei magnetischen Flüssigkeiten unter dem Einfluss magnetischer Kräfte, ähnlich wie bei isolirenden Flüssigkeiten unter dem Einfluss electricischer Kräfte, ein Druck senkrecht zu den magnetischen Kraftlinien auftreten von der Grösse:

$$(1) \quad p = \frac{\mathfrak{R}_1}{8\pi} H_1^2$$

wo  $H_1$  die magnetische Kraft an der betreffenden Stelle des Magnetfeldes und  $\mathfrak{R}_1$  eine Constante ist, die der sogenannten Dielectricitätsconstante entspricht, und die ich deshalb Dimagnetisirungsconstante der Flüssigkeit nennen möchte.

Die Dimagnetisirungsconstante der atmosphärischen Luft ist 1, wie die Dielectricitätsconstante derselben.

Ist eine magnetische Flüssigkeit durch Luft begrenzt, so kann die magnetische Druckdifferenz in der Flüssigkeit und in Luft gleich einem hydrostatischen Druck gemacht und durch  $\mathfrak{R}_1 - 1$  gemessen werden.

§ 63. Stärke des Magnetfeldes des Ruhmkorff'schen Electromagnets. Bei meinen Messungen benutzte ich anfangs einen Ruhmkorff'schen Electromagnet von ähnlicher Construction, wie ihn Verdet<sup>4)</sup> bei seinen bekann-

1) Faraday, Exp. res. § 1224, 1297; 1731—1736; 2846; 3256; 3266 bis 3268.

2) Maxwell, Electricity and magnetism. 2 ed. 2. p. 257. § 642.

3) v. Helmholtz, Wissensch. Abh. I. p. 800 u. 813.

4) Verdet, Oeuvres 1. p. 119. Ann. de chim. et de phys. (3) 41. p. 370 sqq. Fig. 2 Pl. III. 1854.

ten Versuchen über die magnetische Drehung der Polarisationsebene des Lichtes angewandt hat.

Derselbe wurde durch eine Volta'sche Säule von 1, 3, 10 oder 50 hintereinander geschalteten Bunsen'schen Elementen erregt.

Die beiden Kupferdrahtspiralen  $A$  und  $B$  (Fig. 1) des Electromagnets von je 193,8 mm Länge, 150 mm äusserem und 80 mm innerem Durchmesser hatten jede 600 Drahtwindungen in 10 Lagen übereinander und zusammen einen Widerstand von 0,548 Quecksilbereinheiten.

Beide Spiralen umgaben die horizontalen (in der Zeichnung verticalen) durchbohrten Enden des Eisenkernes von 25 mm innerem und 80 mm äusserem Durchmesser, auf welche cylindrische Anker oder Pole aus weichem Eisen von 50 mm Länge und 140 mm Durchmesser aufgeschraubt wurden, deren ebene parallele Endflächen in einem Abstand von 1,7 bis 100 mm einander gegenüberstanden. Diese cylindrischen Pole hatten eine centrale Bohrung von 5 mm Durchmesser, welche nach Bedarf durch 50 mm lange eingeschraubte massive Eisenbolzen geschlossen werden konnte.

Die Grösse der magnetischen Kraft  $H_1$  war an den verschiedenen Stellen des Magnetfeldes zwischen den Polflächen nahezu constant, das Magnetfeld also nahezu gleichartig oder homogen. Die Grösse der magnetischen Kraft wurde durch den Inductionsstrom einer kleinen flachen Inductionsspirale  $F_1$  (Fig. 2) aus dünnem Kupferdraht gemessen, welche zwischen ebenen Glimmerplatten mit Colophoniumkitt befestigt war und aus dem Magnetfelde herausgezogen oder in dasselbe hereingeschoben wurde.

In die von der flachen Inductionsspirale  $F_1$  zu dem 5 bis 15 m entfernten Multiplicator führende Drahtleitung war gleichzeitig ein Erdinductor  $F$  (Fig. 3) eingeschaltet; eine grosse Inductionsspirale von 11 Windungen und 490 mm Durchmesser, in welcher bei Drehung um eine verticale Axe die horizontale magnetische Erdkraft  $H$  Inductionsströme erregte.

Nennt man  $F$  und  $F_1$  die Windungsflächen der Inductionsspiralen,  $2s$  den Ausschlag der Multiplicatornadel

wenn der Erdinductor um  $180^\circ$  gedreht wird und in der Anfangs- und Endlage senkrecht zum magnetischen Meridian steht;  $s$  den Ausschlag durch den Inductionsstrom der kleinen flachen Spirale, die parallel mit sich selbst aus dem Magnetfeld herausgezogen wird, so ist die magnetische Kraft des Magnetfeldes:

$$(2) \quad H_1 = \frac{F}{F_1} \cdot \frac{s_1}{s} H.$$

Als Multiplicator diente eine Wiedemann'sche Bussole mit magnetisirtem Stahlring und Spiegelablesung. Durch einen Haüy'schen Magnetstab wurde die halbe Schwingungsdauer der Magnetnadel auf 10–15 Secunden gebracht. Die Horizontalcomponente des Erdmagnetismus wurde von Hrn. Dr. Walter König mit einem Meyerstein'schen magnetischen Reisetheodolithen an der Stelle des Erdinductors = 0,1935 C. G. S. gefunden.

Die Windungsflächen der Inductionsspiralen wurden ähnlich wie von F. Kohlrausch<sup>1)</sup> in der Weise bestimmt, dass man das Drehungsmoment der Inductionsspirale auf eine Declinationsnadel mit dem Drehungsmoment einer Normalspirale in Bezug auf dieselbe Declinationsnadel verglich, wenn beide Spiralen gleichzeitig von demselben Strom durchflossen wurden.

Stellt man zwei Drahtrollen mit den Radien  $R_0$  und  $R_1$  parallel dem magnetischen Meridian so auf, dass der Mittelpunkt einer kleinen Magnetnadel auf der Verbindungslinie der Mittelpunkte der Drahtrollen liegt, und die Verbindungslinie normal zum magnetischen Meridian steht; leitet man dann denselben galvanischen Strom eines Bunsen'schen Elementes durch beide Drahtrollen hintereinander, sodass beide die Magnetnadel in entgegengesetztem Sinne zu drehen streben, so lassen sich die Abstände  $a_0$  und  $a_1$  der Mittelpunkte der Drahtrollen von der Magnetnadel so wählen, dass die Magnetnadel bei offenem und geschlossenem Strom dieselbe Lage hat. Bezeichnet man die Windungsflächen der Drahtspiralen mit  $F_0$  und  $F_1$ , so ist:

1) F. Kohlrausch, Gött. Nachr. 1882. p. 655.

$$(3) \quad F = F_0 \left( \frac{a_1^2 + R_1^2}{a_0^2 + R_0^2} \right)^{1/2}.$$

Als Declinationsnadel wurde ein 2 mm langes Stückchen Stahl *M* (Fig. 4) benutzt von dem Blatt einer dünnen Laubsäge, das mit Wachs auf dem unteren Theile der Fläche eines dünnen versilberten gläsernen Hohlspiegels von 1308 mm Radius festgeschmolzen war.

Der Spiegel hing an einem Coconfaden von 34 mm Länge in einem Gehäuse aus Spiegelglas und warf das Bild einer schmalen Petroleumflamme auf eine horizontale Millimeterscala, die 1308 mm vom Spiegel entfernt war. Das obere Ende des Coconfadens war an einem Messingdraht befestigt, der in einem durchbohrten Kork so lange gedreht wurde, bis die Fläche des Hohlspiegels parallel dem magnetischen Meridian stand.

Die Zuleitungsdrähte der flachen Inductionsspirale  $F_1$  zwischen den Glimmerplatten waren spiralförmig um einander geschlungen, durch eine dünne Glasröhre von 2 mm Durchmesser geführt und mit Siegellack festgekittet. Die Glasröhre wurde in einen eingeschnittenen Kork geklemmt, die flache Inductionsspirale in der Normale des Glasspiegels aufgestellt und so lange gedreht, bis die Glimmerfläche parallel der Fläche des Hohlspiegels stand. Das letztere lässt sich leicht beurtheilen, wenn man das Licht einer Kerzenflamme von beiden Flächen reflectiren lässt oder durch ein Papierblatt mit dreieckiger Oeffnung nahezu senkrecht auf beide Flächen blickt und die Spiegelbilder der Oeffnungsränder zusammenfallen lässt.

In ähnlicher Weise wurden die Flächen des Erdinductors und der Normalspirale parallel dem magnetischen Meridian gestellt, indem ein Streifen belegtes Spiegelglas an den Holzreifen im Inneren der Drahtwindungen gedrückt wurde.

Als Normalspiralen dienten 18 Windungen Kupferdraht von 310 mm Durchmesser, welche in einer Lage nebeneinander in eine mit dem Support ausgedrehte 20 mm lange cylindrische Rinne aus hartem trockenem Holz gewickelt waren. Der Kupferdraht, mit Seide besponnen und lackirt, hatte 1,081 mm Dicke. Die Holzrollen gehörten zu einer Tan-

gentenbussole und konnten auf einem horizontalen hölzernen Prisma parallel mit sich selbst verschoben werden.

Ein kreisrundes Loch von 28 mm Durchmesser im Centrum der Holzrolle gestattete den Durchblick auf die Inductionsspirale und den Glasspiegel der Declinationsnadel.

Das Centriren der verschiedenen Spiralen bot keine Schwierigkeit, da die Mittelpunkte der grossen Inductionsspirale  $F$  und der Normalspirale durch gekreuzte Seidenfäden bezeichnet waren, über welche fort man den Mittelpunkt der kleinen Magnetnadel anvisirte.

An die Enden der Drahtspiralen waren mit Seide besponnene Doppel-Telephondrähte gelöthet, welche die Verbindung mit einem Stromwender und dem Bunsen'schen Element herstellten. Die Verbindungsdrähte waren so geführt, dass ein Einfluss derselben auf die Magnetnadel nicht zu befürchten war.

Die flachen Inductionsspiralen  $F_1$  konnten auf einem Schlitten aus Spiegelglasstreifen parallel mit sich selbst sanft verschoben und der Magnetnadel genähert oder von ihr entfernt werden, bis die Magnetnadel nach dem Oeffnen und Schliessen des Stromes ihre Lage nicht änderte. Der Abstand der flachen Inductionsspirale  $F_1$  von der Magnetnadel wurde mit einem horizontalen Kathetometer<sup>1)</sup> gemessen. Die anderen Entfernungen mit einer horizontalen 1,5 m langen auf Spiegelglas geätzten Millimetertheilung, von der durch Schrotkugeln beschwerte Seidenfäden herabhingen.

Die Fehler der Millimetertheilung wurden durch Vergleichung mit einem Normalmeterstab bestimmt, indem man die Spiegelglasstreifen mit der getheilten Seite direct auf die getheilte Fläche des Normalmaassstabes legte und mit einer Lupe die Coincidenz der Theilstriche controlirte.

Die Dimensionen der Normalspiralen wurden in der Weise bestimmt, dass die Peripherie der Drahtwindungen mit einem in Millimeter getheilten Stahlband gemessen, dieses mit dem Normalmaassstab verglichen und daraus der Radius der kreisförmigen Windungen berechnet wurde mit Berücksichtigung der Dicke von Draht und Stahlband.

1) Quincke, Pogg. Ann. 105. 1858. Taf. I. Fig. 11 u. 12.



Die Messungen finden sich in der folgenden Tab. 73 zusammengestellt. Die auf die Normalspiralen und die Inductionsspiralen bezogenen Bezeichnungen sind durch den unteren Index 0 und 1 unterschieden. Die letzte Spalte enthält die nach Gl. 2 berechneten Werthe der Windungsflächen der Drahtspiralen.

Tabelle 73.

Messung der Windungsflächen der Inductionsspiralen.

Normalspirale:		I	II
Fläche . . .	$F_0 =$	13538,5 qcm	13571,8 qcm
Radius . . .	$R_0 =$	15,473 cm	15,493 cm
Windungszahl	$n_0 =$	18	18
Länge . . .	$l_0 =$	1,963 cm	1,919 cm

Nr.	$a_0$	$a_1$	$R_1$	$n_1$	$l_1$	$F_1$
Grosse Inductionsspirale (Normalspirale I)						
	cm	cm	cm		cm	qcm
A	44,02	47,50	24,562	11	1,0	20378
"	44,005	47,385	"	"	"	20279
Mittel						20328

Flache Inductionsspiralen zwischen Glimmerplatten mit Colophoniumkitt (Normalspirale I)

1	70,982	5,782	1,541	1	0,03	7,566
2	79,282	4,122	0,4	5	0,13	2,525
"	70,943	4,188	"	"	"	2,633
4	71,170	8,035	1,046	3	0,14	18,643

Flache Inductionsspiralen zwischen Glimmerplatten mit Mennigekitt (Normalspirale II)

10	61,862	3,623	0,381	5	0,11	2,530
12	61,880	4,572	0,381	10	0,18	5,049

Die grosse Inductionsspirale des Erdinductors bestand aus 415,6 g mit Seide besponnenen Kupferdraht, von dem 1 m 24,61 g wog. Derselbe war in 11 Windungen auf die Aussenseite eines Holzreifens gewickelt und mit Seidenband befestigt. Unter der Voraussetzung, dass die Spirale aus 11 gleich grossen kreisförmigen Windungen besteht, würde sich aus dem Gewicht des Kupferdrahtes die Windungsfläche = 20847 qcm finden. Der Unterschied mit dem in Tab. 73 angegebenen Mittelwerth 20328 qcm erklärt sich hinreichend aus der unregelmässigen Gestalt der einzelnen Windungen.

Mit einem an den Holzreifen gedrückten Spiegelstreifen und einer Declinationsnadel mit Diopter wurde die Ebene der Windungen senkrecht zum magnetischen Meridian gestellt. Zwei Anschlagschrauben *aa* (Fig. 3), gegen welche die Kurbel des Holzreifens anlehnte, fixirten diese Lagen. Durch einen Vorreiber *C* konnte die Inductionsrolle festgestellt werden.

Die flachen Inductionsspiralen  $F_1$  bestanden aus mit Seide besponnenem Kupferdraht von 0,27 mm Durchmesser. Derselbe wurde mit der freien Hand auf cylindrische Glasstäbe gewickelt, abgezogen, mit Seidenfäden zusammengebunden und mit Kitt zwischen den 0,05 mm dicken Glimmerplatten befestigt. Die Spiralen mit Regnault'schem Kitt aus zwei Theilen Leinöl, einem Theil Mennige und einem Theil Bleiweiss waren mehrere Wochen in der Wärme getrocknet worden und dienten dazu, die Stärke des Magnetfeldes in warmem Wasser zu bestimmen. (Vgl. unten § 74.)

Die flachen Inductionsspiralen  $F_1$  wurden mit den angekitteten Glasröhrchen durch den horizontalen Arm einer T-förmigen Glasröhre *G* gesteckt, ein rechtwinklig gebogenes Glasröhrchen *AD* (Fig. 2) bei *D* angekittet und mit dem aufgeschobenen durchbohrten Kork *K* in dem T-förmigen Träger festgehalten. Der T-förmige Träger wurde durch eine hölzerne mit Kork gefütterte Schraubenklemme in passender Lage befestigt. Zwei um das Ende *A* geschlungene Seidenfäden *AB* und *AC* waren durch Porcellanringe geführt, mit Korken belastet und gestatteten, die Inductionsspirale  $F_1$  in das Magnetfeld herein- oder aus demselben herauszudrehen. Zwei Anschläge fixirten die Lage des Armes *A* und dadurch die der ganzen Inductionsspirale in der Anfangs- und Endstellung.

Nach der Oeffnung des Stromes in den Drahtspiralen des Ruhmkorff'schen Electromagnets zeigte das Magnetfeld noch eine merkliche Intensität. Dieser Rückstand war um so grösser, je näher die Polflächen einander standen. Ich habe daher durch Hereindrehen und Herausdrehen der flachen Inductionsspirale  $F_1$  aus dem Magnetfeld auch nach dem Oeffnen des electrischen Stromes den Ausschlag  $\epsilon_{01}$  der Mul-

tiplicatornadel beobachtet und mit der Gleichung 2 die dem magnetischen Rückstand entsprechende Kraft  $H_{01}$  des Magnetfeldes berechnet.

Da die starken magnetischen Kräfte die Polflächen mit grosser Gewalt gegeneinander ziehen und den dicken Eisenkern verbiegen, so wurden auf der einen Polfläche drei Stückchen Spiegelglas von gleicher Dicke mit ein wenig Wachs befestigt, die andere Polfläche bis zur Berührung genähert und dann die Klemmschrauben  $KK$  (Fig. 1) des Electromagnets fest angezogen.

Um die Wirkung des Electromagnets auf die nur 5 m entfernte Multiplicatornadel zu schwächen, wurde der Electromagnet aufgekipppt, sodass die beiden horizontalen Polflächen in nahezu gleicher Höhe mit der Multiplicatornadel lagen.

Zur Bestimmung der Stärke des Magnetfeldes wurde die flache Inductionsspirale Nr. 1 (Tab. 73) von 7,566 qcm Windungsfläche benutzt, deren Mittelpunkt beim Herein- und Herausdrehen aus dem Magnetfelde einen Kreis von etwa 90 mm Durchmesser beschrieb. In der Endlage der Spirale ausserhalb des Magnetfeldes war zwar die magnetische Kraft nicht verschwindend klein, doch betrug der dadurch begangene Fehler noch nicht 1 Proc. der Intensität des Magnetfeldes zwischen den Polflächen.

In Tab. 74 sind die Resultate der Beobachtungen zusammengestellt, wenn die Polflächen des Ruhmkorff'schen Electromagnets den in der ersten Spalte gegebenen Abstand  $a$  hatten, und der Magnet von zehn, drei oder einem Bunsen'schen Elemente erregt wurde. Der Leitungswiderstand eines Bunsen'schen Elementes betrug nach den Messungen von Hrn. Dr. E. Less 0,1 bis 0,15 Quecksilbereinheiten, was eine Stromstärke von 10, 6,2 oder 3 Ampère ergeben würde.

Die angegebenen Zahlen sind das Mittel aus vier positiven und vier negativen Ausschlägen der Multiplicatornadel. 2s ist das Mittel vieler einzelner vom Erdmagnetismus erregten Inductionsstösse, die abwechselnd mit den vom Magnetfeld erregten Inductionsstössen gemessen wurden.

Tabelle 74.  
Ruhmkorff'scher Electromagnet  
mit cylindrischen Polen von 140 mm Durchmesser und 50 mm Länge.

Pol- Abstand	Multiplicatorauschlag					
	bei			nach		
	Erregung des Electromagnets durch			Erregung des Electromagnets durch		
	10	3	1	10	3	1
$a$	Bunsen'sche Elemente					
	$s_1$				$s_{01}$	
mm	sc	sc	sc	sc	sc	sc
1,700	175,87	134,88	107,29	32,46	31,75	31,32
3,289	162,38	122,77	96,87	20,50	20,08	19,42
5,590	142,41	110,35	85,53	12,77	12,17	11,86
8,090	128,62	98,29	74,72	9,16	8,61	8,32
12,15	110,15	82,67	61,41	5,80	5,16	4,84
19,35	83,50	65,72	46,02	3,42	3,18	3,25
50	47,11	34,02	19,76	1,26	1,04	0,81
104*	52,65*	37,75*	19,67*	1,73*	1,05*	1,14*

$2s = 65,04$  sc

Pol- Abstand	Stärke des Magnetfeldes					
	bei			nach		
	Erregung des Electromagnets durch			Erregung des Electromagnets durch		
	10	3	1	10	3	1
$a$	Bunsen'sche Elemente					
	$H_1$				$H_{01}$	
mm	C.G.S.	C.G.S.	C.G.S.	C.G.S.	C.G.S.	C.G.S.
1,700	2812	2148	1715	519	508	501
3,289	2596	1963	1549	328	321	310
5,590	2276	1763	1367	204	194	190
8,090	2056	1571	1194	146	138	133
12,15	1760	1321	982	93	82	77
19,35	1335	1051	736	55	51	52
50	753	544	316	20	17	16
104	872	266	139	12	7	8

Im unteren Theile der Tab. 74 stehen die mit Gleichung 2:

$$H_1 = \frac{20828}{7,566} 0,1935 \frac{\text{C.G.S.}}{s} \frac{a_1}{s}$$

berechneten Werthe  $H_1$  und  $H_{01}$  der Intensität des Magnetfeldes während oder nach der Erregung des Electromagnets.

Bei den mit einem \* bezeichneten Beobachtungen für den Polabstand 104 mm wurde die flache Inductionsspirale Nr. 4, Tab. 73 benutzt.  $2s$  war in diesem Falle 60,78 Sc. und die erdmagnetische Kraft an der Stelle des Erdinductors 0,1968 C.G.S.

Die Intensität des Magnetfeldes  $H_1$  kann wesentlich

vermehrt und der magnetische Rückstand  $H_{01}$  nach Oeffnen des Stromes etwas verkleinert werden, wenn man die cylindrischen Pole des Electromagnets von kleinerem Durchmesser nimmt, wie die folgenden Beobachtungen zeigen.

Tabelle 75.

Ruhmkorff'scher Electromagnet

mit cylindrischen Polen von 24 mm Durchmesser, 50 mm Länge und 3,5 mm Abstand der Polflächen.

Anzahl der Bunsen- Elemente	Multiplier- ausschlag		Stärke des Magnet- feldes		Ablenkung der Declinationsnadel	
	bei	nach	bei	nach	bei	nach
	Erregung der Electromagnets					
	$s_1$	$s_{01}$	$H_1$	$H_{01}$	$M_1$	$M_{01}$
	sc	sc	C.G.S.	C.G.S.	sc	sc
6	134,01	3,50	9758	255	80,7	21,0
4	125,04	3,38	9105	246	102,6	20,5
3	117,54	3,47	8559	253	87,2	18,7
2	101,01	3,06	7855	223	73,5	14,4
1	62,55	2,40	4555	175	40,4	14,0

$$2s = 41,90 \text{ sc.}$$

Gleichzeitig mit den Inductionsströmen wurden die Ablenkungen eines Magnetometers mit Stahlring, Kupferhülse und Spiegelablesung beobachtet, das 4758 mm von der Mitte des Magnetfeldes entfernt in der Verlängerung der centralen Magnetkraftlinie aufgestellt war. Der Electromagnet befand sich also in der sogenannten ersten Hauptlage zur Declinationsnadel des Magnetometers, sodass die Ablenkungen der Declinationsnadel proportional dem magnetischen Moment des Electromagnets oder der Stärke des Magnetfeldes zwischen den Polflächen sein müssten, wenn der Electromagnet sich wie ein gewöhnlicher Stahlmagnet verhielte.

Die in den beiden letzten Spalten der Tab. 75 unter  $M_1$  und  $M_{01}$  gegebenen Ablenkungen der Declinationsnadel zeigen für vier Bunsen'sche Elemente ein Maximum, sind also nicht proportional den entsprechenden Werthen von  $s_1$  und  $H_1$  oder  $s_{01}$  und  $H_{01}$ . Der Grund dieser Abweichung ist wohl darin zu suchen, dass sich mit wachsender Stärke des electrischen Stromes in den Drahtspiralen des Electromagnets die magnetische Vertheilung im Inneren des Eisenkernes bedeutend ändert.

Mit dieser veränderlichen magnetischen Vertheilung ist es wohl auch zu erklären, dass bei wiederholtem Schliessen und Oeffnen oder Umkehren desselben electrischen Stromes die Ablenkungen der Declinationsnadel starke Schwankungen zeigen, während die Inductionsstösse der flachen Inductionspirale oder die Stärke des Magnetfeldes nahezu constant bleiben.<sup>1)</sup>

Da auch eine Declinationsnadel in der zweiten Hauptlage oder in anderer Lage gegen den Electromagnet aufgestellt, ein ähnliches Verhalten zeigt, so kann man leider nicht aus diesen Ablenkungen auf die Stärke des Magnetfeldes des Ruhmkorff'schen Electromagnets schliessen.

Mit cylindrischen Polen von 45,8 mm Durchmesser und 12,15 mm Abstand der Polflächen erhielt ich sogar bei Steigerung der Stromstärke negative Ablenkungen  $M_1$  der Magnetometernadel, wie die folgende Zusammenstellung zeigt:

Tabelle 76.

Ruhmkorff'scher Electromagnet  
mit cylindrischen Polen von 45,8 mm Durchmesser,  
50 mm Länge und 12,15 mm Abstand der Polflächen.

Anzahl der Bunsen-El.	Stärke des Magnetfeldes $H_1$	Abl. d. Declina- tionsnadel $M_1$
	C.G.S.	cc
6	3805	— 7,8
5	3493	34,0
4	3198	63,1
3	2687	71,9
2	2062	59,1
1	1231	30,2

Inwieweit das Magnetfeld an den verschiedenen Punkten zwischen den Polflächen gleiche Stärke hatte, wird unten § 75 besprochen werden.

Die flache Inductionsspirale Nr. 1, Tab. 73 gab übrigens in dem Magnetfelde des mit einer zehngliedrigen Bunsen'schen Säule erregten Ruhmkorff'schen Electromagnets denselben Inductionsstrom, mochte sie sich in Luft oder in

1) Ueber das entgegengesetzte Verhalten bei schwächeren magnetischen Kräften vgl. Faraday, Exper. res. § 3238.



concentrirter Manganchlörürlösung befinden, sobald sie aus derselben Anfangslage innerhalb der 140 mm breiten und 1,7 mm von einander entfernten Polflächen in dieselbe Endlage ausserhalb des Magnetfeldes gebracht wurde. Die Anzahl und Lage der Magnetkraftlinien wird also durch Einführen von magnetischer Flüssigkeit in das Magnetfeld nicht merklich geändert.<sup>1)</sup>

§ 64. Stärke des Magnetfeldes des Berliner Electromagnets. Ausser dem Ruhmkorff'schen Electromagnet habe ich später noch den grossen Electromagnet der physikalischen Sammlung der Kgl. Academie der Wissenschaften zu Berlin benutzt, der mir durch die freundliche Vermittelung der Herren G. Kirchhoff und Werner Siemens für diese Untersuchungen zur Verfügung gestellt wurde.

Den hufeisenförmigen Eisenkern dieses in Fig. 5 skizzierten Electromagnets von beiläufig 8 Centner Gewicht bilden zwei verticale Eisencylinder *A* und *B* von 575 mm Höhe und 109,8 mm Durchmesser mit einem eisernen Querbalken *Q* von 538 mm Länge, 162 mm Breite und 50 mm Dicke. Auf die horizontalen Polflächen, deren Mittelpunkte 284 mm voneinander entfernt sind, können eiserne Ankerstücke *NS* von 200 mm Länge, 100 mm Breite und 75 mm Dicke aufgesetzt werden, die sich auf den einander zugewandten Seiten verjüngen und in zwei quadratischen Flächen von 50 mm Seitenlänge gegenüberstehen. Die Ankerstücke sind auf die Polflächen aufgeschliffen und in der Richtung der Längsaxe durchbohrt. In diese Bohrungen passen zwei horizontale Eisencylinder von 24 mm Durchmesser, die durch (in der Zeichnung fortgelassene) Messingschrauben sanft verschoben werden können und gewöhnlich 20 mm weit aus den quadratischen Endflächen hervorragen.

Auf jeden verticalen Cylinder des Eisenkernes waren zwei Rollen aus 3 mm dickem Kupferdraht geschoben von 274 mm Länge, 109,8 mm innerem und 218,6 mm äusserem Durchmesser. Jede (in der Skizze punktirt gezeichnete) Rolle

1) Faraday, Exper. res. § 3292. 3. p. 434.

bestand aus vier Drähten von etwa 1 Quecksilbereinheit Widerstand und enthielt 1638 Windungen in 18 Lagen von je 91 Windungen.

Der electriche Strom einer drei-, zwei- oder eingliedrigen Bunsen'schen Säule durchlief die 4 Drähte einer Rolle nebeneinander. In einzelnen seltenen Fällen wurden auch 6, 8, 10 und mehr hintereinander geschaltete Bunsen'sche Elemente benutzt.

Die runden Polflächen der Anker von 24 mm Durchmesser wurden gewöhnlich bis auf 3,5 mm einander genähert. Auf den einen cylindrischen Anker war ein Ring mit Messingnase (Fig. 6) von passender Dicke geschoben, welcher die Polflächen in constantem Abstand hielt, da sonst die magnetischen Zugkräfte die dicken Eisenkerne gegeneinander zogen. Die Polflächen konnten nicht mehr durch drei Spiegelglasstückchen getrennt gehalten werden, wie bei dem Ruhmkorff'schen Electromagnet und grossen Polflächen, da das Spiegelglas bei längerem Gebrauche langsam zerquetscht wurde.

Die Stärke des Magnetfeldes wurde wie bei dem Ruhmkorff'schen Electromagnet bestimmt, indem man die in dem Erdinductor bei einer Drehung um  $180^\circ$  erregten Inductionsströme mit den Inductionsströmen verglich, welche die kleine flache Drahtspirale Nr. 2, Tab. 73 in demselben Stromkreis erzeugte, wenn man sie aus dem Magnetfelde heraus oder in dasselbe hereindrehte. Der Multiplicator war 15 m vom Electromagnet entfernt aufgestellt. Durch einen Haüy'schen Magnetstab wurde die halbe Schwingungsdauer der ringförmigen Magnetnadel in Kupferhülse auf 10 bis 15 Sekunden gebracht.

Die grosse Inductionsspirale des Erdinductors war bei 3,5 mm Polabstand 3 m, bei 7 mm Polabstand 12 m vom Electromagnet entfernt aufgestellt. An der Stelle des Erdinductors wurde mit einem Meyerstein'schen Reisetheodolithen die Stärke der horizontalen magnetischen Kraft  $H$  bestimmt und an der ersten Stelle von Hrn. Dr. Walter Koenig = 0,1935 C.G.S., an der letzten Stelle von mir selbst = 0,1968 C.G.S. gefunden. Die letzte Zahl ist das

Mittel aus mehreren mit möglichster Sorgfalt durchgeführten Versuchsreihen, bei denen der Gang der Uhr durch astronomische Beobachtungen controlirt und die Schwingungsdauern mit einem electromagnetischen Registrirapparat gemessen wurden.

Die Stärke  $H_1$  des Magnetfeldes wurde mit Gl. (2) § 63 berechnet und dabei das Verhältniss  $F/F_1$  der Windungsflächen beider Drahtspiralen = 7884, dem Mittelwerth aus mehreren Beobachtungsreihen, angenommen.

Um diese Bestimmungen bei grossen Versuchsreihen nicht fortwährend wiederholen zu müssen, war der grosse Electromagnet mit der centralen horizontalen Magnetkraftlinie nahezu in ost-westlicher Lage aufgestellt und in einem Nebenzimmer, westlich davon, nahezu in der Verlängerung der centralen Magnetkraftlinie eine Declinationsnadel mit Kupferdämpfung und Spiegelablesung. Aus den constanten Ablesungen der letzteren konnte man auf das magnetische Moment des ganzen Electromagnets und dadurch auf die Intensität  $H_1$  des Magnetfeldes zwischen den Polflächen schliessen, sobald einmal für verschiedene Stromstärken die Intensität des Magnetfeldes mit Inductionsströmen und gleichzeitig die constante Ablenkung der Declinationsnadel gemessen waren.

Tabelle 77.

Berliner Electromagnet

mit cylindrischen Polen von 24 mm Durchmesser.

Anzahl d. Bunsen-El.	Multiplicatorauschlag				Stärke des Magnetfeldes		Abl. d. Decli- nationsnadel		Strom- stärke in einer Windung
	bei		nach		bei	nach	bei	nach	
	Erregung des				Electromagnets				
	$s_1$	$2s$	$s_{01}$	$2s$	$H_1$	$H_{01}$	$M_1$	$M_{01}$	
Polabstand 3,5mm $H = 0,1935 \text{ C.G.S.}$									
	sc	sc	sc	sc	C.G.S.	C.G.S.	sc	sc	Ampère
3	265,60	67,065	10,14	60,79	12083	509	445,7	14,90	0,903
2	232,01	67,075	9,90	60,81	10553	497	336,5	14,45	0,664
1	141,31	67,985	8,12	61,04	6842	406	185,5	11,50	0,362
Polabstand 7mm $H = 0,1968 \text{ C.G.S.}$									
8	279,4	63,62	7,6	63,62	13628	371	839,6	13,90	1,642
6	182,0	48,86	4,75	48,86	11559	302	643,7	13,20	1,421
3	175,84	63,62	6,25	63,62	8575	305	410,9	15,5	0,903
2	138,88	63,62	5,50	63,62	6775	268	324,3	13,6	0,664
1	76,89	63,62	5,32	63,62	3726	260	177,6	11,7	0,362

In der vorstehenden Tabelle ist gleichzeitig die Stromstärke in einer einzelnen Windung der erregenden Drahtrollen in Ampère-Einheiten angegeben.

Man ersieht hieraus, dass die Intensität  $H$ , des Magnetfeldes langsamer wächst, als die Stärke  $J$  des erregenden electrischen Stromes oder die Ablenkungen  $M_1$  der Declinationsnadel; dass ferner der magnetische Rückstand  $H_{01}$  nahezu unabhängig von der ursprünglichen Stärke des Magnetfeldes und um so grösser ist, je näher die Polflächen einander gegenüberstehen.

Ueber die Stärke des Magnetfeldes an den verschiedenen Punkten zwischen den Polflächen finden sich nähere Angaben unten § 75.

§ 65. Magnetische Druckkräfte mit flachen Luftblasen zwischen horizontalen ebenen Polflächen in einer magnetisirten Flüssigkeit. Die Polflächen des Ruhmkorff'schen Electromagnets von 140 mm Durchmesser (vgl. § 63) konnten horizontal gestellt werden, sodass die Magnetkraftlinien des Magnetfeldes zwischen den Polflächen vertical waren. Der Magnet stand in diesem Falle hochgekippt auf einer kleinen Holzkiste, die auf einem Holzbrett festgeschraubt war. Drei Stellschrauben gestatteten, die obere Polfläche genau horizontal zu stellen. (Fig. 1.)

Auf die untere Polfläche wurde eine planparallele Eisenplatte  $E$  von 170 mm Durchmesser und 7 mm Dicke gelegt, auf welche mit Siegelack oder Fischleim ein Glasring von 160 mm Durchmesser und 30 mm Höhe aufgekittet war. Auf diese eiserne Bodenplatte des so gebildeten Troges wurden drei Stückchen Spiegelglas  $G$  von gleicher Dicke gelegt, die obere Polfläche bis zur Berührung der Spiegelglasstückchen genähert und der Trog mit verschiedenen magnetischen oder diamagnetischen Flüssigkeiten gefüllt.

Von einer centralen Oeffnung in der oberen Polfläche führte eine dünne Messingröhre  $R$  zu einem Schwefelkohlenstoffmanometer  $M$  und einem langen Kautschukschlauch mit Hahn, ähnlich wie bei den Versuchen über electrische Druckkräfte.<sup>1)</sup>

1) Quincke, Wied. Ann. 19. p. 719. Taf. VIII Fig. 24 u. 25. 1883.

Durch ein Chlorcalciumrohr und den Hahn wurde eine flache Luftblase von 50 bis 100 mm Durchmesser in den Raum zwischen den horizontalen Polflächen geblasen, sodass sie beide Polflächen berührte, der Hahn geschlossen und das Schwefelkohlenstoffmanometer mit einem Kathetometermikroskop beobachtet. Dem Schwefelkohlenstoff war etwas Aether zugesetzt, um die Benetzung der Manometerröhre constant zu erhalten.

Bei dem Erregen des Electromagnets vergrößerte sich der Höhenunterschied der Flüssigkeitskuppen in den beiden Manometerschenkeln um die Grösse  $h$ . Das Manometer zeigte eine Zunahme des Luftdruckes der flachen Luftblase im Innern der Flüssigkeit, die nahezu unabhängig vom Durchmesser der Luftblase war. Dabei konnte der Nordpol oberhalb oder unterhalb der Luftblase liegen.

Tabelle 78.

Magnetische Druckkräfte  
bei flachen Luftblasen in verschiedenen Flüssigkeiten zwischen Polflächen  
von 140 mm Durchmesser.

Schwefelkohlenstoffmanometer  $\sigma_0 = 1,2591$ .

Abstand der Polflächen 1,700 mm.

Flüssigkeit	Spec. Gewicht $\sigma$	Magnetische Steighöhe $h$		Magnetischer Querdruck $h\sigma_0$	
		10	1	10	1
		Bunsen-Elemente		Bunsen-Elemente	
		mm	mm	mm	mm
Manganchlorür . .	1,3670	1,498	0,396	1,887	0,499
„ . . . . .	1,2200	0,777	0,211	0,979	0,266
Wasser . . . . .	1	0,128	0,018	0,162	0,023
Chlorstrontium . .	1,376	0,108	—	0,136	—
Terpentinöl . . .	0,8645	0,093	0,018	0,118	0,023
Steinöl . . . . .	0,8028	0,086	0,020	0,109	0,026
Benzol . . . . .	0,8325	0,066	—	0,083	—
Zinkvitriol (conc.) .	—	0,060	—	0,075	—
Alkohol . . . . .	0,8000	—0,012	—	—0,015	—
Aether . . . . .	0,7205	—0,006	—	—0,007	—

$H_1 = 2812 \text{ C.G.S. } 1715 \text{ C.G.S.}$

Die Salze waren in Wasser gelöst. Unter den einzelnen Spalten steht die Stärke des Magnetfeldes nach den in

Tab. 74 aufgeführten Messungen. Ein negatives Vorzeichen bedeutet ein Sinken der Manometerflüssigkeit oder eine Druckabnahme beim Magnetisiren.

Nach diesen Versuchen ist der magnetische Querdruck bei Luftblasen in verschiedenen Flüssigkeiten verschieden und wächst mit der Concentration der Salzlösung und der Stärke des Magnetfeldes.

Da eine Reihe diamagnetischer Flüssigkeiten auffallender Weise eine Zunahme des Druckes beim Erregen des Electromagnets zeigen, so habe ich ähnliche Versuche mit noch stärkeren magnetischen Kräften und einer 50-, 10-, 3- oder 1-gliedrigen Bunsen'schen Säule wiederholt und ähnliche Resultate erhalten.

Tabelle 79.

## Magnetische Druckkräfte

bei flachen Luftblasen in verschiedenen Flüssigkeiten zwischen Polflächen von 140 mm Durchmesser.

Schwefelkohlenstoffmanometer  $\sigma_0 = 1,2591$ .

Abstand der Polflächen 1,700 mm.

Flüssigkeit	Spec. Gewicht $\sigma$	Magnetische Steighöhe $\Delta$			
		50	10	3	1
		Bunsen'sche Elemente			
		mm	mm	mm	mm
Manganchlorür . .	1,3740	2,649	1,843	1,052	0,527
Mangansulfat . .	1,4250	2,089	1,407	1,711	0,431
Calciumchlorid . .	1,3392	0,322	—	—	—
Wasser . . . . .	1,0000	0,130	—	—	—
Schwefelkohlenstoff	1,2760	0,118	—	—	—
Alkohol . . . . .	0,8000	-0,009	—	—	—
Aether . . . . .	0,7205	-0,013	—	—	—
		C.G.S.	C.G.S.	C.G.S.	C.G.S.
	$H_1 =$	3990	2812	2148	1715
	$H_1^2 =$	5,416	2,690	1,569	1
		Relative magnetische Druckkräfte			
Manganchlorür . .	1,3740	5,028	3,498	1,997	1
Mangansulfat . . .	1,4250	4,544	3,260	1,648	1

Die magnetischen Druckkräfte verhalten sich bei Manganchlorür und Mangansulfat nahezu wie das Quadrat der magnetischen Kraft des Magnetfeldes.



Die magnetische Kraft kann man bei gleicher Intensität des erregenden electrischen Stromes auch verkleinern, indem man die Polflächen weiter auseinander rückt.

Bei einer 50 gliedrigen Bunsen'schen Säule und wässriger Manganchlorürlösung vom specifischen Gewicht 1,3740 fand ich die magnetische Steighöhe an demselben Schwefelkohlenstoffmanometer 2,649 mm, resp. 2,145 mm, wenn der Abstand der Polflächen 1,700, resp. 3,289 mm betrug. Die magnetischen Steighöhen nehmen also im Verhältniss 1,23 ab, während nach den Messungen der Tab. 74 das Quadrat der magnetischen Kraft  $H_1$  im Verhältniss 1,20 abnimmt.

Aehnliche Versuche mit einer 10-, 3- oder 1-gliedrigen Bunsen'schen Säule gaben folgende Resultate.

Tabelle 80.

## Magnetische Druckkräfte

bei flachen Luftblasen in verschiedenen Flüssigkeiten zwischen

Polflächen von 140 mm Durchmesser.

Schwefelkohlenstoffmanometer  $\sigma = 1,2591$ .

Flüssigkeit	Spec. Gew. $\sigma$	Magnetische Steighöhe					
		Bunsen'sche Elemente					
		10	3	1	10	3	1

## Abstand der Polflächen 1,700 mm

		mm	mm	mm			
Manganchlorür . . .	1,450	1,659	1,055	0,645	2,572	1,682	1
Mangansulfat . . .	1,386	1,252	0,806	0,421	2,975	1,916	1
Eisenvitriol . . .	1,243	0,660	0,458	0,261	2,525	1,750	1

$$H_1^2 = 2,690 \quad 1,569 \quad 1$$

## Abstand der Polflächen 3,289 mm

		mm	mm	mm			
Manganchlorür . . .	1,450	1,238	0,910	0,528	2,343	1,723	1
Mangansulfat . . .	1,386	1,059	0,648	0,361	2,935	1,797	1
Eisenvitriol . . .	1,243	0,642	0,386	(0,230)	2,791	1,679	1

$$H_1^2 = 2,809 \quad 1,607 \quad 1$$

Für verschiedenen Abstand der Polflächen ist das Verhältniss der Quadrate der magnet. Kraft = 1,173 | 1,197 | 1,226

das Verhältniss der magnetischen Steighöhen bei

Manganchlorür . . .	= 1,341	1,192	1,222
Mangansulfat . . .	= 1,200	1,244	1,166
Eisenvitriol . . .	= 1,028	1,187	1,184

Bei derselben Flüssigkeit verhalten sich die magnetischen Steighöhen nahezu wie die Quadrate der magnetischen Kräfte. Die grösste Abweichung zeigt die Lösung von Eisenvitriol, der durch Contact mit den eisernen Ankerflächen und der Luft auch chemisch verändert wird.

Es ist dies mit der Theorie in Uebereinstimmung. Bezeichnet man das specifische Gewicht der Flüssigkeit im Manometer mit  $\sigma_0$ , so ist die Differenz des magnetischen Querdruckes auf die Flächeneinheit der Grenzfläche der magnetischen Flüssigkeit und der Luftblase nach Gl. (1) § 62:

$$(4) \quad h\sigma_0 = \frac{g_1 - 1}{8\pi} H_1^2 = f \cdot H_1^2.$$

§ 66. Gestaltsänderung der Polflächen beim Magnetisiren. Momentane Druckänderungen beim Magnetisiren und Entmagnetisiren.

Eine vollständige Uebereinstimmung zwischen Theorie und Erfahrung kann bei diesen Versuchen nicht erwartet werden. Die galvanischen Ketten wurden zwar möglichst in derselben Weise mit frischer Säure und frisch amalgamirten Zinkcylindern zusammengesetzt. Immerhin kann aber die Stromintensität ein wenig verschieden gewesen sein von derjenigen bei Messung der Inductionsströme § 63. Tab. 74. Ferner wird wegen des magnetischen Rückstandes die magnetische Steighöhe zu klein gefunden; bei wiederholtem Erregen des Electromagnets durch denselben electricchen Strom erhält man trotz gleichen Abstandes der Polflächen nicht ein Magnetfeld von gleicher Kraft. Endlich scheinen die Anker beim Magnetisiren ihre Gestalt zu ändern. Eine kleine Aenderung im Abstand der Polflächen muss aber schon eine sehr merkbare Aenderung des Volumens der breiten Luftblase oder des Standes der Manometerflüssigkeit herbeiführen.

Diese Aenderung der Gestalt und Lage der Ankerflächen lässt sich auch mit zwei kleinen Fernröhren wahrnehmen, deren Objective der einen Polfläche zugewandt und so aufgestellt sind, dass die Polfläche das vom ersten Fernrohr ausgegangene Licht in das zweite Fernrohr reflectirt. Erscheint das Fadenkreuz des ersten Fernrohrs im Faden-

kreuz des zweiten, so wird sich beim Erregen des Electromagnets gewöhnlich das eine Fadenkreuz gegen das andere verschieben, mag man die Polflächen noch so sorgfältig durch drei Stückchen Spiegelglas oder Messing von gleicher Dicke getrennt haben.

Die auffallende Erscheinung, dass diamagnetische Flüssigkeiten beim Magnetisiren eine Zunahme des Druckes zeigen (Tab. 78 und 79 § 65) und nicht eine Abnahme, wie nach Gl. (4) zu erwarten wäre, spricht ebenfalls für eine Gestaltsänderung der Ankerstücke des Ruhmkorff'schen Electromagnets beim Magnetisiren.

Bei plötzlichem Umkehren des erregenden electricen Stromes durch einen Stromwender wird der Electromagnet erst unmagnetisch, und dann erhält er entgegengesetzte Pole, wie man an der Verschiebung der Fadenkreuze oder der Abnahme und späteren Zunahme des Druckes im Schwefelkohlenstoffmanometer erkennen kann.

Dass jedenfalls während des Auftretens und Verschwindens des Magnetismus im Eisenkerne und speciell in den Ankerstücken des Electromagnets bedeutende Formänderungen auftreten, lässt sich noch in anderer Weise zeigen.

Bringt man zwischen die horizontalen ebenen, durch drei Spiegelglasstückchen getrennten Polflächen des Ruhmkorff'schen Electromagnets eine zähe Flüssigkeit, wie Glycerin oder Rüböl, und in diese eine flache Luftblase von 50 mm Durchmesser, welche beide Polflächen berührt, so beobachtet man am Schwefelkohlenstoffmanometer eine vorübergehende Druckzunahme beim Magnetisiren und eine vorübergehende Druckabnahme von gleicher Grösse beim Oeffnen des Stromes. Bleibt der electriche Strom längere Zeit geöffnet oder geschlossen, so ist keine Druckänderung wahrzunehmen.

In Tab. 81 finden sich die Resultate einiger Beobachtungen zusammengestellt. Die vorübergehende oder augenblickliche Druckänderung war um so grösser, je grösser die electromotorische Kraft der erregenden Bunsen'schen Säule, und je grösser die Zähigkeit der Flüssigkeit zwischen den Polflächen war.

Tabelle 81.

Momentane Druckzunahme oder -abnahme in flachen Luftblasen zwischen horizontalen Polflächen beim Magnetisiren oder Entmagnetisiren des Ruhmkorff'schen Electromagnets.

Schwefelkohlenstoffmanometer  $\sigma_0 = 1,2591$ .

Abstand der Polflächen 1,700 mm

Anzahl der Bunsen-Elemente:	50	10	3	1
Stromintensität in Ampère . . .	= 12	9,6	6,12	2,95 Amp.
Absolute magnetische Kraft $H_1$	= 3990	2812	2148	1715 C.G.S.
$H_1^2$	= 5,416	2,690	1,569	1
$H_1$	= 2,327	1,640	1,252	1
Flüssigkeit	Momentane magnet. Steighöhe			
	mm	mm	mm	mm
Arabisches Gummi . . . . .	—	2,353	1,111	0,261
Glycerin . . . . .	2,614	1,601	0,588	0,165
Rüböl . . . . .	—	0,157	—	—
Kalibichromat . . . . .	—	0,022	—	—
Gelatine* . . . . .	—	9,15	5,489	3,398
	Relative Druckänderung			
Arabisches Gummi . . . . .	—	9,018	4,257	1
Glycerin . . . . .	15,84	9,703	3,563	1
Gelatine* . . . . .	—	2,693	1,615	1

\* Abstand der Polflächen 6,7 mm.

Die Gelatine wurde durch Auflösen von einem Theil trockener Gelatine in 10 Theilen warmem Wasser erhalten, die Auflösung noch warm in eine oben offene flache cylindrische Glasschale gegossen, die Glasschale auf die untere Polfläche gestellt, die obere Polfläche gesenkt bis zur Berührung von drei Spiegelglasstückchen von 1,7 mm Dicke auf dem Boden der Glasschale; eine flache Luftblase in die warme Flüssigkeit geblasen und der Hahn geschlossen. Dann liess man die Flüssigkeit erkalten und zu einer Gallerte erstarren. Die eisernen Polflächen waren 6,7 mm voneinander entfernt.

Die momentane Druckänderung beim Oeffnen und Schliessen des electricischen Stromes war um so grösser, je kälter die Leimlösung, oder je zäher die Flüssigkeit

war. Die Druckänderung dauerte bei der kalten Gelatine einige Secunden und verschwand dann allmählich.

Die Zähigkeit dieser halbfesten Gallerte war viel grösser, als die der klebrigen Flüssigkeiten und demzufolge auch die momentane Druckänderung viel grösser, als bei letzteren. Dagegen nahm die momentane Druckänderung bei klebrigen Flüssigkeiten viel schneller zu mit der electromotorischen Kraft des erregenden electrischen Stromes oder der Entstehungsgeschwindigkeit der magnetischen Kraft, als bei der halbzähen Gallerte von Gelatine.<sup>1)</sup>

#### § 67. U-förmige Röhren mit magnetischen Flüssigkeiten als Manometer benutzt.

Statt des Schwefelkohlenstoffes kann man auch die magnetische Flüssigkeit selbst als Manometerflüssigkeit benutzen.

Die Polflächen des Ruhmkorff'schen Electromagnets wurden einander vertical gegenübergestellt und in das Magnetfeld der enge verticale Schenkel einer U-förmigen Glasröhre gebracht, deren anderer verticaler Schenkel von 25 mm Durchmesser in 200 mm Entfernung ausserhalb des Magnetfeldes lag. Die U-förmige Glasröhre (Fig. 7 und 8) wurde in eine mit Kork gefüllte hölzerne Klemme geschraubt, mit magnetischer Flüssigkeit gefüllt und die Flüssigkeitskuppe des engen Schenkels in das Magnetfeld geschoben und mit einem Kathetometermikroskop beobachtet. Bei dem Erregen des Electromagnets ändert sich das Niveau der Flüssigkeit im weiten Schenkel der U-förmigen Röhre nur unmerklich, und die magnetische Flüssigkeit steigt in dem engen Schenkel um solche Höhe  $h$ , dass für gleiche magnetische Kraft des Magnetfeldes die Zunahme des hydrostatischen Druckes gleich der

1) Diese vorübergehenden Formänderungen des weichen Eisens beim Auftreten und Verschwinden des Magnetismus müssen auch bei der Wirkung der Ankerplatten des Bell'schen Telephons eine bedeutende Rolle spielen. Da sie besonders stark sind bei schnell anwachsenden electrischen Strömen, so müssen lange (dies Anwachsen verzögernde) Drahtleitungen der Tonbildung des Telephons hinderlich sein, wie in der That die Erfahrung lehrt.

mit dem Schwefelkohlenstoffmanometer an flachen Luftblasen gefundenen Druckzunahme ist.

Ist der horizontale Theil der U-förmigen Röhre dünn und elastisch, so kommt das im Magnetfeld frei schwebende Glasrohr beim Oeffnen und Schliessen des electricischen Stromes in starke Schwingungen. Aus der Geschwindigkeit, mit der die Flüssigkeit steigt oder fällt, lässt sich erkennen, dass der Magnetismus langsamer auftritt, als er verschwindet, und dass das erstere um so schneller geschieht, je grösser die electromotorische Kraft der verwendeten galvanischen Kette ist; unter sonst gleichen Umständen.

Die von den magnetischen Kräften hervorgerufene Druckzunahme ist wieder durch Gl. (4) § 65 bestimmt, wenn  $h$  die Zunahme des Höhenunterschiedes der Flüssigkeit in beiden Schenkeln und  $\sigma_0$  das specifische Gewicht der Flüssigkeit der U-förmigen Manometerröhre bezeichnet.

$H_1$  und  $H_2$  seien die magnetischen Kräfte des Magnetfeldes für den Abstand  $a_1$  und  $a_2$  der Polflächen bei geschlossenem Strom;  $H_{01}$  und  $H_{02}$  bei offenem Strom. Dem letzteren oder dem magnetischen Rückstande wird auch ein durch Gl. (4) gegebener hydrostatischer Druck entsprechen, und man wird beim Erregen des Electromagnets nur eine Aenderung  $h_1$  oder  $h_2$  der magnetischen Steighöhe beobachten, die der Differenz der magnetischen Druckkräfte entspricht. Bezeichnet  $\sigma$  das specifische Gewicht der magnetischen Flüssigkeit im U-Rohr, so wird:

$$(5) \quad h_1 \sigma = t(H_1^2 - H_{01}^2), \quad h_2 \sigma = t(H_2^2 - H_{02}^2)$$

sein, oder durch Division beider Gleichungen:

$$(6) \quad \frac{h_1}{h_2} = \frac{H_1^2 - H_{01}^2}{H_2^2 - H_{02}^2} = \left(\frac{H_1}{H_2}\right)^2.$$

Die Grössen  $H_1$ ,  $H_2$ ,  $H_{01}$ ,  $H_{02}$  wurden in der oben § 63 angegebenen Weise kurz vor oder kurz nach der Beobachtung der magnetischen Steighöhe mit der flachen Inductionspirale Nr. 1 Tab. 73 bestimmt.

Ueber den in Tab. 82 aufgeführten Versuchsreihen mit wässerigen Salzlösungen sind diese Werthe der magnetischen Kraft und des magnetischen Rückstandes angegeben. Unter



dem Verhältniss der magnetischen Steighöhen in der letzten Spalte steht das Verhältniss der Unterschiede der Quadrate der magnetischen Kräfte und Rückstände. Die Versuche bestätigen die Gl. (6), soweit man das irgend erwarten kann.

Tabelle 82.

Magnetische Druckkräfte mit U-Rohr gemessen.  
Ruhmkorff'scher Electromagnet.  
Polflächen von 140 mm Durchmesser.

Abstand der Polflächen		mm 3,289	mm 12,15	
Flüssigkeit	Spec. Gew.	Magnetische Steighöhe		
	$\sigma$	$h_1$	$h_2$	$\frac{h_1}{h_2}$

a) 10 Bunsen'sche Elemente.

$H_1 = 2883 \text{ C.G.S.}$

$H_2 = 1934 \text{ C.G.S.}$

$H_{01} = 866$

$H_{02} = 104$

		mm	mm	
Eisenchlorid . . .	1,5083	1,373	0,654	2,100
Manganchlorür . . .	1,4302	1,672	0,787	2,124
„ . . .	1,3680	1,484	0,703	2,109
Mangansulfat . . .	1,4235	1,184	0,533	2,223
Eisensulfat . . .	1,2170	0,541	0,260	2,080
Cobaltsulfat . . .	1,2584	0,516	0,246	2,101
Cobaltchlorür . . .	1,1290	0,331	0,178	1,861
Nickelchlorür . . .	1,1385	0,123	0,063	1,959
Nickelsulfat . . .	1,2921	0,209	0,098	2,258

$$\frac{(H_1)^2}{(H_2)^2} = 2,125$$

b) 8 Bunsen'sche Elemente.

$H_1 = 2119 \text{ C.G.S.}$

$H_2 = 1422 \text{ C.G.S.}$

$H_{01} = 341$

$H_{02} = 87$

		mm	mm	
Eisenchlorid . . .	1,5083	0,974	0,454	2,144
Manganchlorür . . .	1,4302	1,067	0,515	2,071
„ . . .	1,3680	1,000	0,464	2,155
Mangansulfat . . .	1,3312	0,791	0,330	2,080
Eisensulfat . . .	1,2170	0,873	0,176	2,118
Cobaltsulfat . . .	1,2584	0,351	0,171	2,058
Cobaltchlorür . . .	1,1290	0,243	0,123	2,010
Nickelchlorür . . .	1,1385	0,108	0,049	2,213
Nickelsulfat . . .	1,2921	0,147	0,071	2,084

$$\frac{(H_1)^2}{(H_2)^2} = 2,174$$

Abstand der Polflächen	Spec. Gew. $\sigma$	Magnetische Steighöhe		
		mm 3,289	mm 12,15	$\frac{h_1}{h_2}$
Flüssigkeit		$h_1$	$h_2$	

c) 10 Bunsen'sche Elemente.

$$H_1 = 2020 \text{ C.G.S.} \quad H_2 = 1369 \text{ C.G.S.}$$

$$H_{01} = 324 \quad H_{02} = 86$$

		mm	mm	
Manganchlorür . . .	1,0973	0,333	0,165	2,024
Mangansulfat . . .	1,4206	0,885	0,446	1,986
" . . .	1,1537	0,344	0,175	1,959
				$\frac{(H_1)^2}{(H_2)^2} = 2,129$

d) 3 Bunsen'sche Elemente.

$$H_1 = 2039 \text{ C.G.S.} \quad H_2 = 1373 \text{ C.G.S.}$$

$$H_{01} = 333 \quad H_{02} = 80$$

		mm	mm	
Manganchlorür . . .	1,3697	0,910	0,416	2,187
" . . .	1,0973	0,276	0,130	2,120
Mangansulfat . . .	1,4206	0,733	0,335	2,192
" . . .	1,1537	0,322	0,144	2,237
				$\frac{(H_1)^2}{(H_2)^2} = 2,152$

Kurz nach diesen in Tab. 82 aufgeführten Beobachtungen wurden die 140 mm breiten Polflächen des Ruhmkorff'schen Electromagnets horizontal gestellt und auf die untere Polfläche ein oben offener, quadratischer Trog aus vernickeltem Messingblech gebracht mit verticalen Seitenwänden aus Spiegelglas (Fig 9) und einer eisernen Bodenplatte von 150 mm Durchmesser und 7 mm Dicke. Auf die eiserne Bodenplatte wurden 3 Spiegelglasstückchen von 3,289 mm Dicke gelegt und die obere Polfläche bis zur Berührung der Spiegelglasstückchen gesenkt. Der Trog wurde dann mit derselben magnetischen Flüssigkeit, wie die U-förmige Glasröhre, gefüllt und an einer flachen Luftblase, die beide Polflächen berührte, in der oben § 65 beschriebenen Weise mit Schwefelkohlenstoffmanometer und Kathetometermikroskop die magnetische Steighöhe  $h$  beim Erregen des Electromagnets gemessen.

Beide Methoden geben denselben magnetischen Druck

für dieselbe Flüssigkeit und dieselbe magnetische Kraft, wie die folgende Zusammenstellung zeigt.

Tabelle 83.

Magnetische Druckkräfte  
mit U-Rohr und flachen Luftblasen gemessen.  
Ruhmkorff'scher Electromagnet.

Poliflächen von 140 mm Durchmesser und 3,289 mm Abstand.

Schwefelkohlenstoffmanometer  $\sigma_0 = 1,2650$ .

Flüssigkeit	Spec. Gewicht $\sigma$	Magnet. Steighöhen U-Rohr $h_1$	Luftblasen $h$	Magnet. Steighöhen U-Rohr $h_1 \sigma$	Luftblasen $h \sigma_0$
-------------	------------------------------	---------------------------------------	-------------------	--	----------------------------

a) 10 Bunsen'sche Elemente.  $(H_1) = 2860$  C.G.S.

		mm	mm	mm	mm
MnCl <sub>2</sub>	1,3680	1,484	1,541	2,030	1,950
FeSO <sub>4</sub>	1,2170	0,541	0,506	0,658	0,640
CoSO <sub>4</sub>	1,2584	0,516	0,523	0,650	0,661
CoCl <sub>2</sub>	1,1290	0,331	0,295	0,373	0,373
NiCl <sub>2</sub>	1,1885	0,123	0,137	0,140	0,174
NiSO <sub>4</sub>	1,2921	0,209	0,255	0,270	0,322

b) 3 Bunsen'sche Elemente.  $(H_1) = 2119$  C.G.S.

MnCl <sub>2</sub>	1,4302	1,067	1,192	1,525	1,509
MnSO <sub>4</sub>	1,3812	0,791	0,784	1,092	0,992
FeSO <sub>4</sub>	1,2170	0,373	0,314	0,453	0,397
CoSO <sub>4</sub>	1,2584	0,351	0,353	0,442	0,447
CoCl <sub>2</sub>	1,1290	0,248	0,195	0,280	0,246
NiCl <sub>2</sub>	1,1885	0,108	0,055	0,123	0,070
NiSO <sub>4</sub>	1,2921	0,147	0,144	0,190	0,182

c) 10 Bunsen'sche Elemente.  $(H_1) = 1944$  C.G.S.

MnCl <sub>2</sub>	1,0973	0,333	0,294	0,366	0,372
MnSO <sub>4</sub>	1,4206	0,885	0,871	1,258	1,102
"	1,1537	0,344	0,335	0,396	0,424

d) 3 Bunsen'sche Elemente.  $(H_1) = 2009$  C.G.S.

MnCl <sub>2</sub>	1,3697	0,910	0,911	1,245	1,153
"	1,0973	0,276	0,243	0,303	0,307
MnSO <sub>4</sub>	1,4206	0,733	0,800	1,042	1,012
"	1,1537	0,322	0,261	0,371	0,381

Bei der dritten Versuchsreihe c) mit der magnetischen Kraft 1994 C.G.S. war der offene Trog eine runde Eisenplatte mit aufge kittetem Glasring, wie in § 65.

Die Flüssigkeitskuppe im engen Schenkel des magnetischen Manometers und die Peripherie der flachen Luft-

blasen befanden sich bei vorstehenden Versuchen an derselben Stelle des Magnetfeldes, etwa in der Mitte des Radius der kreisförmigen Polflächen.

Der magnetische Druck wird durchschnittlich mit Schwefelkohlenstoffmanometer und flacher Luftblase ein wenig kleiner gefunden als mit der U-förmigen Glasröhre, weil bei der ersten Methode die untere Polfläche durch die eiserne Bodenplatte des Troges von 140 auf 150 mm Durchmesser vergrößert und dadurch die magnetische Kraft des Magnetfeldes bei übrigens gleichem Polabstand und gleicher Stromstärke etwas kleiner wird.

Bedenkt man ferner, dass die Stromstärke ein wenig schwankt in der zur Umstellung der Apparate nothwendigen Zeit, und dass sich die Polflächen beim Magnetisiren verwerfen, so wird man die Uebereinstimmung beider Methoden nicht grösser erwarten können.

Wegen der zuletzt erwähnten Fehlerquelle wird die zweite Methode mit U-förmiger Glasröhre genauere Resultate geben, als die erste Methode mit flachen Luftblasen. Ausserdem nimmt sie weniger Zeit und weniger Flüssigkeit in Anspruch, und man hat nicht chemische Veränderungen der Flüssigkeit durch die Berührung mit den eisernen Polflächen zu fürchten.

Die Zunahme des magnetischen Drucks durch magnetische Kräfte zeigte sich bei der zweiten Methode unabhängig von Durchmesser und Länge der U-förmigen Glasröhre, sobald die magnetische Kraft an allen Stellen der Flüssigkeitskuppe constant war.

Sie blieb auch ungeändert, wenn man irgend eine Stelle des engen Theiles der U-förmigen Glasröhre zwischen die Kegel pole oder zwischen 2 parallele, 45 mm lange rechteckförmige Polflächen eines zweiten Ruhmkorff'schen Electromagnets brachte, in ein Magnetfeld von 6500 bis 7300 C.G.S.  
§ 68. Magnetische Druckkräfte parallel und senkrecht zu den magnetischen Kraftlinien. Keine Volumenänderung beim Magnetisiren.

Bisher wurden die magnetischen Druckkräfte in der Richtung senkrecht zu den magnetischen Kraftlinien gemessen.

Man findet die gleiche Druckzunahme bei dem Erregen des Electromagnets, wenn man die magnetischen Kraftlinien zwischen den Polflächen vertical stellt und den einen Schenkel der U-förmigen Glasröhre durch die centrale Bohrung der Polflächen hindurchführt, sodass die Kuppe der magnetischen Flüssigkeit sich im Magnetfelde befindet und parallel den Magnetkraftlinien verschoben wird.

Die folgende Tab. 84 gibt die Beobachtungen an einer U-förmigen Glasröhre von 4 mm Durchmesser mit 310 mm langen verticalen Schenkeln, die 100 mm von einander entfernt waren.

Tabelle 84.

## Magnetische Druckänderung

parallel und senkrecht zu den Magnetkraftlinien

bei Manganchloridlösung vom spec. Gew. 1,480

Ruhmkorff'scher Electromagnet. Polflächen von 140 mm Durchmesser.  
10 Bunsen'sche Elemente.

Abstand d. Polflächen	$\epsilon_1$	$H_1^2$	Magnetische Steighöhe			
			$\frac{h}{\lambda}$	$\frac{h}{\lambda}$	$\frac{h}{\lambda}$	$\frac{h}{\lambda}$
mm	se		mm			
1,700	83,7	2,561	0,686	0,647	2,625	1,250
15,70	53,2	1	0,261	0,258	1	1

In der zweiten Spalte stehen die durch Inductionsströme des Magnetfeldes hervorgerufenen Multiplicatorausschläge, in der dritten Spalte die relativen Werthe des Quadrates der magnetischen Kraft des Magnetfeldes, in der § 63 beschriebenen Weise bestimmt. Die magnetische Kraft des Magnetfeldes war bei diesen Versuchen etwa 1900, resp. 1200 C.G.S.

Lässt man wässerige Lösung von Eisenchlorid (spec. Gew. 1,2264) aus einem verticalen Glasrohr tropfen in dem constanten Magnetfeld zwischen den 140 mm breiten Polflächen des Ruhmkorff'schen Electromagnets, so ist die mit Hülfe der Wage bestimmte Tropfengrösse genau dieselbe, mag der Electromagnet erregt sein oder nicht. Die magnetische Kraft war etwa 1000 C.G.S. Die Magnetkraftlinien konnten horizontal oder vertical liegen.<sup>1)</sup>

1) G. Quincke, Pogg. Ann. 160. p. 586. 1877.

Dasselbe zeigte wässrige Manganchlorürlösung vom spec. Gew. 1,3345 in einem Magnetfelde von 600 C.G.S.

Flache Luftblasen in magnetischer Flüssigkeit zwischen den horizontalen 140 mm breiten Polflächen des Ruhmkorff'schen Electromagnets, die nur die obere Polfläche berührten, und deren Kuppe nahe der unteren Polfläche lag, änderten ihre Gestalt nicht beim Erregen des Electromagnets. Ich benutzte dabei concentrirte Lösungen von Manganchlorür, Mangansulfat, Eisenvitriol, Eisenchlorid ( $\sigma = 1,2264$ ), in dem Nickeltrog (Fig. 9) mit Seitenwänden aus Spiegelglas und einem Magnetfeld von 2000 bis 4000 C.G.S. Die Luftblasen wurden mit einem Kathetometermikroskop beobachtet.

Die Capillarconstante der magnetischen Flüssigkeit an der Grenze mit Luft wird also durch die magnetischen Kräfte nicht merklich geändert. Die von den magnetischen Kräften herrührende Vergrößerung des Druckes auf die Luftblase im Innern der magnetischen Flüssigkeit ist dieselbe parallel und senkrecht zu den magnetischen Kraftlinien.

Eine ähnliche Luftblase in einer isolirenden Flüssigkeit zwischen horizontalen Condensatorplatten ändert beim Electriciren der Condensatorplatten ihre Gestalt sehr bedeutend; wird länger parallel den electricischen Kraftlinien und schmaler senkrecht zu den electricischen Kraftlinien.

Um diesen Unterschied electricischer und magnetischer Druckkräfte auch bei dem stärkeren magnetischen Felde des Berliner Electromagnets beobachten zu können, dessen bedeutendes Gewicht keine Aenderung der Lage der horizontalen Magnetkraftlinien gestattete, wurde ein anderes Verfahren eingeschlagen.

Ein dünner massiver Flintglasfaden wurde rechtwinklig gebogen, mit dem verticalen gerade abgeschnittenen Theile nach unten zwischen die 24 mm breiten Polflächen des Electromagnets gestellt und an das untere Ende ein Flüssigkeitstropfen gehängt. Der durch einen Spiegel *S* (Fig. 10) von oben beleuchtete hängende Tropfen wurde von unten mit einem rechtwinkligen Prisma und einem horizontalen Kathetometermikroskop beobachtet.

Bei dem Erregen des Electromagnets durch eine drei-



gliedrige Bunsen'sche Säule, einem Magnetfeld von 12000 C.G.S. entsprechend, blieb der horizontale Tropfendurchmesser parallel und senkrecht zu den magnetischen Kraftlinien un-  
geändert bei den magnetischen Flüssigkeiten:

Mangansulfat	vom spec. Gew.	1,4688
Manganchlorür	„ „ „	1,3695
Eisenchlorid	„ „ „	1,5083
Cobaltsulfat	„ „ „	1,2584

und dem diamagnetischen Wasser.

Auch ein Tropfen Eisenamalgam, an einem amalгамirten Kupferdrahte hängend, behielt denselben Durchmesser parallel und senkrecht zu den Kraftlinien in einem gleichförmigen Magnetfelde von 12000 C.G.S. beim Erregen des Electromagnets. Wenn eine Verschiedenheit vorhanden war, muss sie weniger als  $\frac{1}{3}$  Proc. betragen haben.

Eine bedeutende Aenderung der Gestalt der hängenden Tropfen einer magnetischen Flüssigkeit tritt aber sofort auf, wenn das Magnetfeld nicht an allen Stellen gleiche magnetische Kraft besitzt.

Mit der erwähnten Verschiedenheit electricischer und magnetischer Kräfte ist es in Uebereinstimmung, dass isolirende Flüssigkeiten im electricischen Felde doppeltbrechend werden, während ich bei magnetischen und diamagnetischen Flüssigkeiten im magnetischen Felde eine solche Doppelbrechung nicht auffinden konnte.

Aether, Schwefelkohlenstoff, Benzol, Terpentinöl, Alkohol, Wasser, concentrirte wässrige Lösung von Manganchlorür zwischen eisernen Polflächen von 250 mm Länge, 32 mm Höhe und 1,7 mm Abstand wurde zwischen gekreuzte Nicol'sche Prismen gebracht. Die Eisenplatten waren durch 2 aufgelöthete Messingstreifen von einander getrennt. Das polarisirte Sonnenlicht durchlief eine Flüssigkeitsschicht von 250 mm Länge senkrecht zu den Magnetkraftlinien eines Magnetfeldes von etwa 3000 C.G.S. Das Gesichtsfeld blieb dunkel, die magnetisirte Flüssigkeit zeigte keine Doppelbrechung, wenn die dünnen Deckgläschen am Ende der Flüssigkeitssäule lose oder mit weichem Kitt aufgelegt waren. Festgekittete Deckgläschen werden bei dem durch das Mag-

netisiren herbeigeführten Verwerfen der Eisenplatten gedrückt und zeigen dann schwache Doppelbrechung von derselben Grösse, wie sie auch dickere Plangläser unter denselben Verhältnissen zeigen würden.<sup>1)</sup>

Aus den vorstehenden Versuchen folgt, dass durch das Auftreten der magnetischen Kräfte der hydrostatische Druck an der Grenze von Luft und magnetischer oder diamagnetischer Flüssigkeit parallel oder senkrecht zu den Magnetkraftlinien dieselbe Zunahme oder Abnahme erleidet; dass der von den magnetischen Kräften herrührende Druck parallel und senkrecht zu den Magnetkraftlinien gleich gross ist.

In einer homogenen Flüssigkeit im Inneren eines gleichartigen magnetischen Feldes von constanter magnetischer Kraft<sup>2)</sup> müssen sich die magnetischen Druckkräfte das Gleichgewicht halten. Druckunterschiede können nur an der Grenze zweier heterogener Flüssigkeiten auftreten.

Hiermit ist es in Uebereinstimmung, dass bei Auflösungen magnetischer Salze in Wasser oder anderen Flüssigkeiten magnetische Kräfte auch in einem ungleichartigen Magnetfeld keine Konzentrationsänderungen herbeiführen können, während Tropfen von alkoholischer Eisenchlorürlösung, in diamagnetischem Olivenöl von gleicher Dichtigkeit vertheilt, nach den Stellen grösserer magnetischer Kraft hingezogen werden.<sup>3)</sup>

Daraus würde weiter folgen, dass eine in einem gleichartigen Magnetfeld von constanter magnetischer Kraft an einem dünnen Faden leicht beweglich aufgehängte und mit magnetischer Flüssigkeit gefüllte Glasröhre sich nicht mit ihrer Längsrichtung parallel den magnetischen Kraftlinien stellen kann, sobald der Electromagnet erregt wird.

Der Versuch bestätigte dies vollkommen.

Die magnetischen Flüssigkeiten, wie Eisenchlorid oder Manganchlorür, in Wasser oder Alkohol gelöst, wurden in

1) Wertheim, Ann. de chim. et de phys. (3) 40. p. 189. 1854.

2) Faraday, Exper. res. § 2464.

3) Matteucci, Compt. rend. 36. p. 917. 1853.

capillare Röhrchen aus Thüringer Glas oder Flintglas aufgesogen, in einer Schleife aus Coconfaden horizontal aufgehängt und zwischen die parallelen 140, 46 oder 24 mm breiten Polflächen eines Electromagnets gebracht. Bei dem Erregen des Electromagnets zeigte das Röhrchen kein Bestreben, sich axial, mit der Längsrichtung parallel den Magnetkraftlinien, zu stellen. Die Flüssigkeit wurde durch Capillarkraft in dem einseitig oder beiderseitig offenen Röhrchen am Ausfliessen verhindert. Schmilzt man das mit magnetischer Flüssigkeit gefüllte Röhrchen mit der Glasbläserlampe an den Enden ab, so bildet sich zuweilen feste magnetische Substanz, die unter Umständen auch in einem gleichartigen Magnetfelde eine Richtkraft zeigen kann.

Will man eine Flüssigkeit für längere Versuchsreihen benutzen, so empfiehlt es sich, sie in sogenannte feuchte Kammern aus Thüringer Glas oder Flintglas zu saugen, wie sie für mikroskopische Zwecke benutzt werden. Das untere mit Luft gefüllte Röhrchen der feuchten Kammer (Fig. 11) wird zugeschmolzen, das obere Röhrchen zu einem Haken gebogen und nach Bedarf ebenfalls zugeschmolzen. Die von 2 runden ebenen Glasflächen begrenzte Flüssigkeitsscheibe mit dem Haken an einem Coconfaden aufgehängt und in ein gleichartiges Magnetfeld gebracht, zeigt keine Richtkraft.

Wohl aber lässt sich eine Richtkraft wahrnehmen, die mit magnetischer Flüssigkeit gefüllten Röhrchen stellen sich axial, wenn man sie in einem ungleichartigen Magnetfelde aufhängt, also zwischen Kegelpolen oder am Rande eines gleichartigen Magnetfeldes. Von der Flüssigkeit mit grösserer Dimagnetisirungsconstante als Luft wird dann eine möglichst grosse Menge nach der kürzesten Magnetkraftlinie hingezogen, und die Flüssigkeit stellt sich axial.

Hängt das Röhrchen mit Flüssigkeit in einer zweiten Flüssigkeit mit grösserer Dimagnetisirungsconstante, so wird möglichst viel von der zweiten Flüssigkeit nach der kürzesten Magnetkraftlinie gezogen, das Röhrchen mit Flüssigkeit stellt sich äquatorial.

Nur bei ganz concentrirten Lösungen von Manganchlorür und Eisenchlorid, die in ihrem Verhalten sich den festen

Körpern nähern, habe ich eine Spur von Richtkraft in einem gleichartigen Magnetfeld von 1000 bis 1500 C.G.S. beobachten können, während dieselbe bei schwächeren magnetischen Kräften von 300 bis 700 C.G.S. nicht wahrzunehmen war.

Magnetische Flüssigkeiten, wie wässrige Eisenchloridlösung in grossen, thermometerähnlichen Gefässen mit flachen Wänden in ein gleichartiges Magnetfeld gebracht, ändern ihr Volumen nicht beim Erregen des Electromagnets zu einer Kraft von 1500 C.G.S. Ebenso wenig konnte ich bei Schwefelkohlenstoff, Aether, Wasser oder verdünnter Säure unter ähnlichen Umständen eine Volumenänderung bemerken. Ich hätte noch eine Aenderung von 0,000 000 000 6 des ursprünglichen Volumens wahrnehmen können. Faraday<sup>1)</sup> hat bei Wasser, Alkohol und Quecksilber ähnliche Versuche mit gleichem negativem Erfolge angestellt.

§ 69. Magnetische Druckkräfte bei festen Körpern.

Feste Körper können sich in einem gleichartigen Magnetfeld vollständig anders verhalten wie Flüssigkeiten.

Eisen, Nickel, Cobalt, Mangan stellen sich schon in einem schwachen gleichartigen Magnetfeld mit der Längsrichtung parallel den Magnetkraftlinien oder axial ein<sup>2)</sup>, zeigen Coërcitivkraft und das Bestreben, die Polflächen zu berühren.

Kugeln von Kalkspath<sup>3)</sup> und Quarz<sup>3)</sup>, an (gegen die optische Axe normalen) Coconfäden in einem gleichartigen Magnetfeld von 5000 C.G.S. aufgehängt, stellen sich mit der optischen Axe senkrecht zu den Magnetkraftlinien oder äquatorial. Ebenso eine Arragonitkugel mit der Halbirungslinie des Winkels der optischen Axen.

Diese Einstellung bleibt, wenn man die Kugeln in eine magnetische oder diamagnetische Flüssigkeit hängt.

Dagegen stellen sich länglich gestaltete feste Körper im ungleichartigen Magnetfeld zwischen Kegelpolen axial

1) Faraday, Exp. res. 3. § 2172.

2) Ebenso Faraday, Exp. res. § 2594 und Stenger, Diss. Strassb. 1888. p. 4.

3) Faraday, Exp. res. § 2599, findet Quarz indifferent.

oder äquatorial, je nachdem die umgebende Flüssigkeit eine kleinere oder grössere Dimagnetisirungsconstante als der feste Körper hat.

Verhält sich im ungleichartigen Magnetfeld ein fester Körper in einer Flüssigkeit indifferent, so hat er dieselbe magnetische Constante  $f$  wie diese Flüssigkeit. Dies gibt eine bequeme Methode zur Bestimmung von  $f$  für feste Körper.

Um den Einfluss der Krystallstructur zu eliminiren, muss man aber die Krystalle feingepulvert verwenden.

Dünne Röhren aus diamagnetischem Flintglas von 40 mm Länge, 10 mm Durchmesser und 0,5 mm Wandstärke wurden an einem Ende zugeblasen, mit feingepulverter Substanz gefüllt, durch ein mit Siegelack aufge kittetes Deckglas geschlossen und an Coconfäden zwischen den 140 mm breiten Polflächen des Ruhmkorff'schen Electromagnets in einem gleichartigen Magnetfeld von 1300 C.G.S. aufgehängt.

Pulver von festen Krystallen von Eisensulfat, Mangansulfat, Kaliumpermanganat zeigten dann ein schwaches Bestreben, sich axial zu stellen. Bei Eisenchlorid, Cobalt- und Nickelchlorür war dies aber kaum oder gar nicht wahrzunehmen.

Am Rande des gleichartigen Magnetfeldes wurden alle diese Substanzen in das Magnetfeld hereingezogen. Ebenso stellten sie sich zwischen Kegelpolen in einem ungleichartigen Magnetfeld mit einer Maximalkraft von 2000 C.G.S. energisch axial ein.

Die festen pulverförmigen Salze verhalten sich also wie die wässerigen Lösungen derselben.

Diese Resultate stimmen mit den Untersuchungen von G. Wiedemann<sup>1)</sup> überein, der bei schwach magnetischen Substanzen in Pulverform und in verschiedenen Flüssigkeiten gelöst unter sonst gleichen Umständen denselben Magnetismus fand.

Zwei verschiedene Stücke Faraday'sches Glas, von denen zwischen Kegelpolen sich das eine axial, das andere äquatorial stellte, zeigten in dem gleichartigen Magnetfeld von 1300 C.G.S. keine Richtkraft.

1) G. Wiedemann, Electricitätslehre. 3. p. 853.

Zwischen Kegelpolen stellten sich alle von mir untersuchten Stücke Wismuth und Antimon äquatorial.

Einige Stäbchen von Wismuth und Antimon (von denen ich aber nicht weiss, ob sie chemisch rein waren) stellten sich in einem gleichartigen Magnetfeld senkrecht zu den Magnetkraftlinien oder äquatorial.<sup>1)</sup>

Am Rande des gleichartigen Magnetfeldes von 7400 C.G.S. zwischen 24 mm breiten Polflächen wurde dabei Wismuth aus dem gleichartigen Magnetfeld herausgeschoben, Antimon hereingezogen.

Ein Stäbchen aus angeblich reinem Wismuth von 18 mm Länge und 5,8 mm Durchmesser stellte sich zwischen 140 mm breiten Polflächen in einem gleichartigen Magnetfeld von 1000 C.G.S. bei 22 mm Polabstand äquatorial; in einem gleichartigen Magnetfeld von 1500 C.G.S. bei 8 mm Polabstand axial.

Wie weit diese anormalen Erscheinungen bei Wismuth und Antimon von der Krystallstruktur oder zufälligen Verunreinigungen durch fremde Stoffe herrühren, müssen weitere Untersuchungen ergeben.

Ich werde auf das magnetische Verhalten fester Körper später an einer anderen Stelle ausführlicher eingehen.

#### § 70. Dimagnetisierungsconstante verschiedener Flüssigkeiten.

Die in § 67 beschriebenen mit magnetischen oder diamagnetischen Flüssigkeiten gefüllten U-förmigen Manometerrohren lassen sich mit Vortheil benutzen, die von magnetischen Kräften hervorgerufenen Druckunterschiede an der Grenze von Flüssigkeit und atmosphärischer Luft zu messen und damit die Dimagnetisierungsconstante verschiedener Flüssigkeiten in absolutem Maasse zu bestimmen.

Wegen der Schwankungen der Intensität des electrischen Stromes und der magnetischen Kraft empfiehlt es sich aber, die letztere nicht vorher oder nachher, sondern gleichzeitig mit der magnetischen Steighöhe zu messen.

1) Nach Faraday, Exp. res. § 2464 stellt sich amorphes Wismuth in einem gleichartigen Magnetfeld nicht ein, wohl aber krystallisirtes.



Die Flüssigkeit im engen verticalen Schenkel der U-förmigen Röhre (Fig. 7 und 8) wurde zwischen die verticalen Polflächen des Berliner Electromagnets (§ 64) in ein Magnetfeld von der constanten magnetischen Kraft  $H_1$  gebracht, während der andere weitere Schenkel ausserhalb des Magnetfeldes oder nahezu in einem Magnetfelde von der magnetischen Kraft Null sich befand.

Die Korkklemme mit der U-förmigen Röhre stand auf einem Holzgestell mit Stellschrauben<sup>1)</sup> und wurde mit diesem Holzgestell so lange verstellt, bis die Flüssigkeitskuppe in der Mitte des Magnetfeldes von gleicher Kraft lag. Ein Kork auf dem weiten Schenkel der U-Röhre mit rechtwinklig gebogenem Glasrohr und langem (in der Zeichnung fortgelassenen) Kautschukschlauch erleichterte diese Operation, indem man durch Blasen mit dem Munde die Flüssigkeitskuppe im engen Schenkel heben und dadurch die Benetzung der Glasröhre gleichmässig erhalten konnte. Beim Oeffnen des erregenden Stromes sank die magnetische Kraft  $H_1$  auf den Werth  $H_0$ ; die Kuppe einer magnetischen Flüssigkeit sank, oder die Kuppe einer diamagnetischen Flüssigkeit stieg um die Höhe  $h$ . Der Druck nahm also zu oder ab um eine Grösse:

$$(7) \quad h\sigma = \frac{g_1 - 1}{8\pi} (H_1^2 - H_0^2) = f(H_1)^2,$$

wenn  $\sigma$  das specifische Gewicht der Flüssigkeit bedeutet,  $h\sigma$  misst den Druck in Grammen auf das Quadratcentimeter, wenn  $h$  in Centimetern gemessen ist. Will man den Druck auch in C.G.S. messen, wie die magnetische Kraft, so wäre  $h\sigma$  oder der Werth von  $f$  der folgenden Tab. 85 noch mit der Schwerkraft  $g$  oder 981 cm zu multipliciren.

Die magnetische Steighöhe  $h$  erreichte bei meinen Messungen 40 mm und mehr für magnetische Flüssigkeiten; -0,7 mm für diamagnetische Flüssigkeiten. Dieselbe wurde für kleinere Steighöhen mit einem Kathetometermikroskop bis auf 0,001 mm genau gefunden; für grössere Steighöhen mit einem gewöhnlichen Kathetometer gemessen.

1) G. Quincke, Wied. Ann. 19. Fig. 25, Taf. VIII. 1883.

Der Electromagnet wurde durch 3, 2 oder 1 hintereinander geschaltete Bunsen'sche Elemente erregt. Gleichzeitig mit der magnetischen Steighöhe wurde die constante Ablenkung der Declinationsnadel  $M_1$  oder  $M_{01}$  bei geschlossenem oder offenem Stromkreis wie in Tab. 77, § 64, bestimmt.

Der magnetische Rückstand  $H_{01}$  nach Oeffnen des Stromes war nahezu constant.

Die Quadrate der magnetischen Kräfte des Magnetfeldes zwischen den Polflächen des Berliner Magnets verhielten sich nahezu wie die  $\frac{3}{2}$  Potenzen der Ablenkungen  $M_1$  der Declinationsnadel oder der magnetischen Momente des ganzen Electromagnets.

Man kann dann aus der beobachteten magnetischen Steighöhe  $\bar{h}$ , dem beobachteten magnetischen Moment  $\bar{M}_1$  entsprechend, die magnetische Steighöhe  $h$  berechnen, die dem wenig verschiedenen mittleren magnetischen Moment  $M_1$  entsprechen würde, indem nahezu ist:

$$(8) \quad h = \bar{h} + \bar{h} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{M_1 - \bar{M}_1}{\bar{M}_1}.$$

In Uebereinstimmung mit mehreren Versuchsreihen fand ich für:

	3	2	1 Bunsen'sche Elem.
$M_1 =$	467,6 Sc.	343,5 Sc.	187,6 Sc.
$(H_1) = \sqrt{H_1^2 - H_{01}^2} =$	12510 C.G.S.	10700 C.G.S.	6383 C.G.S.

In Tab. 85 sind die diesen magnetischen Kräften ( $H_1$ ) entsprechenden magnetischen Steighöhen  $h$  und die daraus berechneten Werthe der Dimagnetisirungsconstante  $f$  gegeben.

Jede Zahl ist das Mittel aus mehreren, meist 4, Messungen mit dem Nordpol auf der linken oder rechten Seite des Electromagnets. Die Temperatur des Zimmers wurde so constant wie möglich erhalten, und schwankte etwa zwischen 18 und 20° C.

Tabelle 85.

Magnetische Druckkräfte in magnetischem Felde  
von constanter magnetischer Kraft.

Berliner Electromagnet.

Poldflächen von 24 mm Durchmesser und 3,5 mm Abstand.

Flüssigkeit	Spec. Gew.	$(H_1)^{C.G.S.}$			$f \cdot 10^{10}$			$f \cdot 10^{10}$ Mittel
		12510	10700 $\frac{h}{\lambda}$	6383	3	2	1	
	$\sigma$	3	2	1	3	2	1	
Eisen in Quecksilber	13,546	mm 0,796	mm 0,890	mm 0,482	68,82	81,53	160,8	—
Mangansulfat . Nr. 1	1,4165	32,464	22,334	8,309	293,4	276,0	288,9	286,1
" Nr. 2	1,2193	18,568	13,513	4,889	144,5	143,6	146,3	144,8
" Nr. 3	1,1476	12,031	9,316	3,331	88,12	93,28	93,85	91,75
Manganchlorür A Nr. 1	1,3695	31,944	24,559	9,156	279,2	293,4	307,7	293,4
" Nr. 2	1,1891	18,127	13,662	5,065	132,6	136,6	142,5	137,2
Manganchlorür B Nr. 1	1,3339	32,631	23,888	8,839	277,8	278,1	289,6	281,8
" Nr. 2	1,2992	30,750	21,107	7,988	254,9	239,2	254,7	249,6
" Nr. 3	1,1739	18,614	13,518	4,934	139,4	138,5	142,2	140,0
" Nr. 4	1,1209	18,248	9,575	3,521	94,71	98,54	96,79	95,01
" Nr. 5	1,0857	3,831	2,793	1,028	25,93	25,24	26,14	25,57
Manganchlorür in Alkohol { Nr. 1	1,0304	22,739	16,577	6,303	149,5	148,9	159,3	152,6
{ Nr. 2	1,0258	23,734	16,430	5,919	155,3	147,0	149,0	150,4
Manganchlorür in Methylalkohol . . .	1,0806	24,99	18,654	6,952	172,5	176,0	184,5	177,7
Eisenchlorid in Wasser { Nr. 1	1,5083	33,679	25,055	9,156	324,1	329,5	338,9	330,8
{ Nr. 2	1,1395	11,541	8,701	3,337	83,93	86,48	93,33	87,91
{ Nr. 3	1,0564	4,333	3,248	1,250	29,22	29,93	32,42	30,52
Eisenchlorid in Salzsäure { Nr. 1	1,3683	21,272	15,969	5,964	185,8	190,6	200,3	192,2
{ Nr. 2	1,2600	9,491	7,063	2,609	76,33	77,69	80,68	78,23
{ Nr. 3	1,2349	6,884	5,132	1,915	54,26	55,29	58,03	55,86
Eisenchlorid in Methylalkohol { Nr. 1	1,5374	40,768	30,723	11,447	400,1	412,0	432,1	414,7
{ Nr. 2	1,4177	35,982	27,608	10,120	325,6	341,5	352,2	339,8
{ Nr. 3	1,1335	25,955	18,622	6,770	187,8	184,1	188,4	186,8
{ Nr. 4	0,9638	13,989	10,506	3,894	92,21	88,37	92,12	90,90
{ Nr. 5	0,8928	8,027	5,980	2,276	45,75	46,58	49,89	47,41
Eisensulfat A . Nr. 1	1,2217	12,662	9,132	3,350	98,74	97,34	100,5	99,89
" . Nr. 2	1,1140	6,486	4,700	1,736	46,12	45,67	47,46	46,42
" . Nr. 3	1,0750	4,267	3,073	1,114	29,27	28,81	29,89	29,16
Eisensulfat B . Nr. 1	1,1655	11,518	8,196	2,819	85,65	83,80	80,60	83,18
" . Nr. 2	1,0850	5,790	4,114	1,445	40,00	38,93	38,76	39,23
" . Nr. 3	1,0569	3,638	2,637	0,921	24,54	24,31	23,90	24,25

Flüssigkeit	Spec. Gew.	(H <sub>1</sub> ) C.G.S.			f. 10 <sup>10</sup>			f. 10 <sup>10</sup>
		12510	10700	6883				
		h						
	σ	3	2	1	3	2	1	Mittel
		mm	mm	mm				
Ammonium Eisensulfat	1,1191	4,566	3,348	1,163	32,61	32,68	31,95	32,41
Eisenchlorür . Nr. 1	1,3096	20,643	15,635	5,637	172,5	178,5	182,7	177,9
„ . Nr. 2	1,1074	7,840	5,914	2,189	55,38	57,10	59,46	57,31
Kobaltsulfat . . Nr. 1	1,2584	11,827	8,550	3,066	94,97	93,85	95,63	94,82
„ . Nr. 2	1,1828	6,237	4,524	1,666	45,10	44,71	46,33	45,38
„ . Nr. 3	1,0908	4,200	3,022	1,092	29,21	28,74	29,21	29,05
Ammoniumkobaltsulfat	1,1055	3,154	2,283	0,840	22,25	22,02	22,79	22,35
Kobaltchlorür . Nr. 1	1,1290	8,723	6,352	2,368	62,85	62,56	65,61	63,67
„ . Nr. 2	1,0661	4,166	3,000	1,126	28,34	27,90	29,46	28,57
Nickelsulfat . . Nr. 1	1,2921	5,517	3,925	1,386	45,50	44,24	43,96	44,57
„ . Nr. 2	1,1495	2,584	1,959	0,697	18,95	19,64	19,66	19,42
„ . Nr. 3	1,1020	1,703	1,236	0,441	11,98	11,89	11,98	11,93
Ammoniumnickelsulfat	1,0429	0,075	0,062	0,023	0,500	0,563	0,589	0,551
Nickelchlorür . Nr. 1	1,1385	3,444	2,474	0,888	25,02	24,57	24,81	24,80
„ . Nr. 2	1,0605	1,381	1,028	0,378	9,344	9,504	9,835	9,561
Chromalaun . . . .	1,0471	0,354	0,264	0,091	2,366	2,412	2,339	2,372
Chromchlorid . . . .	1,2030	6,195	4,591	1,577	47,57	48,18	46,58	47,44
Chromchlorür . . . .	1,3866	3,160	2,299	0,894	27,97	27,81	30,43	28,74
Chromchlorid . . . .	„	1,989	1,468	0,568	17,61	17,76	19,33	18,23
Chromchlorür . . . .	1,3854	3,805	2,591	0,859	33,64	31,31	29,20	31,38
Chromchlorid . . . .	„	1,909	1,365	0,456	16,89	16,50	15,16	16,18
Cersulfat . . . . .	1,2413	-0,284	-0,223	-0,060	-2,250	-2,415	-1,823	-2,164
Didymsulfat . . . . .	1,1007	0,555	0,428	0,161	3,899	4,110	4,350	4,120
Lanthansulfat . . . .	1,0609	-0,410	-0,285	-0,120	-2,776	-2,637	-3,125	-2,846
Kaliumeisencyanid . .	1,1381	0,886	0,686	0,230	6,434	6,810	6,424	6,586
Kupfersulfat . . . . .	1,1651	0,660	0,493	0,192	4,908	5,011	5,492	5,137
Ammoniumkupfersulfat	1,0259	-0,238	-0,192	-0,058	-1,559	-1,718	-1,461	-1,579
Aether . . . . .	0,7152	-0,730	-0,496	-0,184	-3,332	-3,094	-3,229	-3,218
Methylalkohol . . . .	0,7915	-0,633	-0,507	-0,189	-3,198	-3,501	-3,673	-3,457
Alkohol . . . . .	0,7929	-0,684	-0,476	-0,190	-3,461	-3,293	-3,698	-3,484
Benzol (aus Benzoesäure)	0,8922	-0,605	-0,449	-0,169	-3,407	-3,455	-3,660	-3,507
Terpentinöl . . . . .	0,8690	-0,652	-0,480	-0,154	-3,616	-3,639	-3,285	-3,513
Salpetersäure . . . . .	1,3872	-0,401	-0,283	-0,108	-3,549	-3,424	-3,676	-3,550
Kalibichromat . . . . .	1,0545	-0,534	-0,404	-0,130	-3,592	-3,715	-3,363	-3,557
Benzol (a. Steinkohlenth.)	0,8780	-0,597	-0,479	-0,170	-3,346	-3,668	-3,661	-3,558
Steinöl . . . . .	0,7988	-0,719	-0,531	-0,185	-3,665	-3,700	-3,627	-3,664
Borwolframs. Cadmium	3,2935	-0,180	-0,180	—	-3,783	-3,735	—	-3,759

Flüssigkeit	Spec. Gew.	(H <sub>1</sub> ) C.G.S.			f. 10 <sup>10</sup>			f. 10 <sup>10</sup> Mittel
		12510	10700 h	6383	3	2	1	
	$\sigma$	3	2	1	3	2	1	
Zinnchlorür . . . . .	1,4651	mm	mm	mm	—	3,918	—	— 3,767
Schwefelkohlenst. Nr. 1	1,2644	—0,419	—0,283	—	—	3,632	—	— 3,812
Schwefelkohlenstoff		—0,450	—0,367	—0,121	—	4,049	—	— 3,756
+ Schwefel . . . . .	1,3976	—0,467	—0,319	—0,102	—	4,166	—	— 3,499
Rapsöl . . . . .	0,9159	—0,674	—0,488	—0,173	—	3,941	—	— 3,889
Kaliameisencyanür . . . . .	1,1723	—0,563	—0,403	—0,118	—	4,212	—	— 3,995
Kaliumpermanganat . . . . .	1,0309	—0,617	—0,443	—0,153	—	4,060	—	— 3,972
Schwefelkohlenst. + Jod	1,2636	—0,502	—0,359	—0,124	—	4,049	—	— 3,951
Schwefelkohlenst. Nr. 2	1,2644	—0,480	—0,370	—0,129	—	3,874	—	— 3,987
Glycerin . . . . .	1,2518	—0,510	—	—	—	4,072	—	— 4,072
Ammoniak . . . . .	0,9307	—0,680	—0,498	—0,184	—	4,039	—	— 4,095
Salzsäure . . . . .	1,1651	—0,538	—0,407	—0,155	—	4,001	—	— 4,190
Schwefelsäure . . . . .	1,8326	—0,332	—0,257	—0,102	—	3,884	—	— 4,194
Wasser . . . . .	0,9983	—0,658	—0,466	—0,179	—	4,230	—	— 4,270
Wasser* . . . . .	0,9983	—0,669	—0,490	—0,174	—	—	—	— 4,278
Wismuthnitrat . . . . .	1,6251	—0,472	—0,295	—	—	4,895	—	— 4,538
Magnesiumsulfat . . . . .	1,2500	—0,566	—0,403	—0,153	—	4,515	—	— 4,555
Zinnchlorid . . . . .	1,8555	—0,409	—0,278	—	—	4,844	—	— 4,672
Zinksulfat . . . . .	1,4393	—0,474	—0,363	—0,147	—	4,354	—	— 4,701
Calciumchlorid . . . . .	1,3392	—0,597	—0,432	—0,141	—	5,103	—	— 4,928
Jodkalium-Jodquecks. . . . .	3,0843	—0,271	—0,190	—0,066	—	5,335	—	— 5,148
Jodbarium-Jodquecks. . . . .	3,5266	—0,273	—0,194	—	—	6,146	—	— 6,064
Brom . . . . .	3,147	—0,320	—0,254	—0,111	—	6,427	—	— 7,326
Phosphor . . . . .	1,764	—0,639	—0,551	—0,217	—	8,480	—	— 8,357
Quecksilber (käufl.) . . . . .	13,546	—0,142	—0,096	—0,030	—	12,27	—	— 11,20
Quecksilber (rein) . . . . .	13,546	—0,138	—0,116	—0,044	—	11,93	—	— 13,42

Die Ziffern 3, 2, 1 über den Spalten bedeuten die Anzahl der für den electrischen Strom benutzten Bunsen'schen Becher. Die in der Tabelle aufgeführten Salze sind alle in Wasser gelöst, wenn nicht ausdrücklich ein anderes Lösungsmittel angegeben ist.

Die Zahlen der mit f. 10<sup>10</sup> überschriebenen Spalten geben die Druckzunahme in Gewichtsgammen auf 1 qcm Grenzfläche von Flüssigkeit und atmosphärischer Luft im Inneren der Flüssigkeit, wenn der enge Schenkel der U-Röhre mit dieser Grenzfläche in ein Magnetfeld von der Kraft 100000 C.G.S. gebracht wird.

Die letzte Spalte enthält das arithmetische Mittel der für verschiedene magnetische Kräfte gefundenen Werthe von  $f$ . Im allgemeinen nehmen diese mit der Concentration zu und wechseln mit der Natur der gelösten Stoffe.

Die wässerigen Lösungen von borwolframsaurem Cadmium, Jodkalium-Jodquecksilber und Jodbarium-Jodquecksilber mit ungewöhnlich hohem specifischem Gewicht verdanke ich der Güte meines Collegen Hrn. Rosenbusch.

Das Eisenamalgam zu Anfang der Tab. 85 war erhalten nach der Methode von Joule<sup>1)</sup>, indem man auf eine gewogene Menge reines Quecksilber im weiten Schenkel des *U*-Rohres Eisenvitriollösung goss und den Strom eines Daniell'schen Elementes von einem Eisendraht durch die Lösung zum Quecksilber leitete. Der electriche Strom war an einer eingeschalteten Tangentenbussole gemessen 0,060 Ampère. Der Eisendraht wurde vor und nach dem Versuche gewogen und der Eisengehalt des Quecksilbers unter der Voraussetzung berechnet, dass der Gewichtsverlust der Eisenanode gleich der Gewichtszunahme des Quecksilbers wäre. Die Eisenvitriollösung wurde mit einer Pipette abgenommen; das Quecksilber mit Durchsaugen von Luft umgerührt. Dann liess man eine Spur eisenhaltiges Quecksilber aus dem engen Schenkel der *U*-Röhre ausfliessen und brachte ein wenig reinen Alkohol auf die Quecksilberkuppe, um die Oxydation des Eisens zu verhindern und die leichte Beweglichkeit des Quecksilbers zu sichern.

Die Versuche zeigten, dass  $f$  bei eisenhaltigem Quecksilber mit steigender Stärke des Magnetfeldes bedeutend abnimmt, das Eisen sich also dem Zustande der Sättigung näherte.

Die Kuppe des eisenhaltigen Quecksilbers in dem 2 mm weiten Schenkel der *U*-Röhre wurde übrigens beim Magnetisiren flacher.

Wurde das eisenhaltige Quecksilber durch einen Papiertrichter mit feiner Oeffnung filtrirt, so blieb ein Theil des Eisens auf dem Papiertrichter zurück, und die magnetische

1) J. P. Joule, Scientific Papers 1. p. 490; Manch. Mem. (3) 2. p. 115.



Steighöhe war für dieselbe magnetische Kraft halb so gross, wie vorher.

Das käufliche Quecksilber am Ende der Tab. 85 scheint eine Spur eines magnetischen Metalles enthalten zu haben, das die beobachtete magnetische Depression verkleinerte, bei geringen magnetischen Kräften mehr, als bei grösseren.

Das reine Quecksilber hatte ich selbst durch Destillation von reinem Quecksilberoxyd in einer Porcellanretorte dargestellt. Um die leichte Beweglichkeit des Quecksilbers zu sichern, wurde in beide Schenkel der *U*-Röhre auf die Oberfläche eine Spur verdünnter Schwefelsäure gebracht, welche die Glasröhre benetzte und eine fast 2 mm hohe Schicht über dem Quecksilber bildete.

Das Brom war chemisch rein von meinem Freunde Hrn. H. Landolt besonders für diese Untersuchung dargestellt worden.

Der Phosphor (aus dem Bunsen'schen Laboratorium) wurde in die mit heissem Wasser gefüllte *U*-Röhre durch ein trichterförmig ausgezogenes Probirröhrchen eingefüllt und die *U*-Röhre in ein grösseres Gefäss mit heissem Wasser gebracht. Dann liess man etwas geschmolzenen Phosphor aus dem engen Schenkel unter Wasser ausfliessen, sodass sich eine reine convexe Phosphorkuppe bildete, die von einer 1 mm dicken Wasserschicht bedeckt war und sich leicht in dem Glasrohr verschob. Der Apparat wurde warm zwischen die Magnete gebracht und die magnetische Depression so lange gemessen, bis der Phosphor erstarrte. Durch Erwärmen in dem Wasserbade konnte der Phosphor wieder geschmolzen und die Messung wiederholt werden.

Ueber die anderen Flüssigkeiten folgen nähere Angaben weiter unten § 71.

Für kleinere magnetische Kräfte ist  $f$  meist etwas grösser, wie für grössere Kräfte. Wenn auch der Unterschied nicht so auffallend ist, wie bei Eisenamalgam, so tritt er doch bei concentrirten Salzlösungen wie  $\text{FeCl}_3$ ,  $\text{FeSO}_4$ ,  $\text{MnCl}_2$  und den diamagnetischen Flüssigkeiten Brom, Phosphor und Quecksilber mit negativem  $f$  deutlich hervor.

Dasselbe zeigen die aus Tab. 82, Versuchsreihe b für

schwächere magnetische Kräfte berechneten Zahlen, die in der folgenden Tab. 86 mit den entsprechenden der Tab. 85 zusammengestellt sind.

Tabelle 86.

Magnetische Druckkräfte in magnetischem Felde  
von constanter magnetischer Kraft.

Ruhmkorff'scher Electromagnet.

Polfächen von 140 mm Durchmesser und 3,289 mm Abstand.

Flüssigkeiten	Spec. Gewicht $\sigma$	$(H_1)$ C.G.S.			$(H_1)$ C.G.S.
		2092	1419	Mittel	10000
		f. $10^{10}$			f. $10^{10}$
MnSO <sub>4</sub>	1,3812	249,5	260,8	255,1	261,7
MnCl <sub>2</sub>	1,4302	348,3	365,6	357,0	346
"	1,3680	312,5	315,2	313,8	293
FeCl <sub>3</sub>	1,5083	335,4	340,0	337,7	330,8
FeSO <sub>4</sub>	1,2170	103,5	106,2	104,8	99
CoSO <sub>4</sub>	1,2584	100,9	106,5	103,7	94,8
CoCl <sub>2</sub>	1,1290	64,04	69,24	66,64	63,7
NiSO <sub>4</sub>	1,2921	43,04	45,28	44,34	44,60
NiCl <sub>2</sub>	1,1385	28,21	27,71	27,96	24,80

Tabelle 87.

Magnetische Druckkräfte

Ruhmkorff'scher Electromagnet.

mit Polflächen von 140 mm Durchmesser und 3,289 mm Abstand.

10 Bunsen'sche Elemente.

Flüssigkeiten	Spec. Gewicht $\sigma$	Proc.- Gehalt $G$	$(H_1) = 2311$ C.G.S.		C.G.S. $(H_1) =$ 10000
			Magnet. Steighöhe $h$	f. $10^{10}$	f. $10^{10}$
MnSO <sub>4</sub>	1,4242	34,61	1,060	282,8	286,1
MnCl <sub>2</sub>	1,3680	34,05	1,398	358,2	293,4
FeCl <sub>3</sub>	1,5083	48,18	1,429	403,1	330,8
"	1,2912	36,39	0,846	204,5	"
FeSO <sub>4</sub>	1,2478	23,63	0,585	136,7	"
CoSO <sub>4</sub>	1,2584	21,74	0,497	117,0	94,82
CoCl <sub>2</sub>	1,1290	13,56	0,386	81,45	63,67
NiSO <sub>4</sub>	1,2921	22,65	0,163	39,51	44,57
NiCl <sub>2</sub>	1,1385	13,56	0,193	41,01	24,80

Die Reihen a, c, d der Tab. 82 eignen sich nicht für eine solche Vergleichung, da in denselben der Erdinductor (§ 63) mit der freien Hand ohne Anschläge gedreht wurde, und die vom Erdmagnetismus erregten Inductionsstösse nicht mit genügender Sicherheit gemessen waren.

Eine andere Versuchsreihe mit demselben Ruhmkorff'schen Electromagnet ergab ähnliche Resultate. Siehe Tab. 87 p. 390.

Die von J. Schuhmeister<sup>1)</sup> mit Torsionsbeobachtungen bestimmten „Magnetisirungszahlen“ scheinen mit der von mir  $\mathfrak{f}$  genannten Grösse identisch zu sein, wenn man diese noch mit der Schwerkraft 981 cm multiplicirt. Sie stimmen im allgemeinen mit meinen Beobachtungen überein, wie die folgende Zusammenstellung zeigt.

	Quincke $H_1 =$ 10000 C.G.S.	Schuhmeister $H_1 =$ 2500 C.G.S. $\cdot 10^{10}$
Eisenchlorid ( $\sigma = 1,4$ ) . . . . .	(330)	356,8
Aether . . . . .	—3,218	—3,501
Alkohol . . . . .	—3,484	—3,892
Schwefelkohlenstoff . . . . .	—3,812	—3,751
Wasser . . . . .	—4,278	—4,444

Schuhmeister benutzte ein Magnetfeld von geringerer magnetischer Kraft, wie ich. Dementsprechend hat er auch im allgemeinen für  $\mathfrak{f}$  grössere Werthe gefunden.

Aus  $\mathfrak{f}$  lässt sich mit der Gleichung:

$$(9) \quad \mathfrak{R}_1 = 1 + 8\pi\mathfrak{f}$$

die Dimagnetisirungsconstante  $\mathfrak{R}_1$  leicht berechnen. Da aber  $\mathfrak{f}$  eine Zahl ist, die aus einem hydrostatischen Druck durch Division mit  $H_1^2$ , dem Quadrat einer magnetischen Kraft erhalten wurde, so muss der hydrostatische Druck wie  $H_1$  in Einheiten des C.G.S.-Systems gemessen werden. Die in der letzten Spalte der Tab. 85 angeführten Werthe von  $\mathfrak{f}$  sind also noch mit  $g$  oder mit 981 cm zu multipliciren

1) J. Schuhmeister, Wien. Anz. math. nat. Cl. 18. p. 15. 1881. Beibl. 6. p. 88. 1882.

und dann in die Gl. (9) einzusetzen. In der That ist der hydrostatische Druck und das Quadrat einer magnetischen Kraft von derselben Dimension  $L^{-1}MT^{-2}$ .

Unter den von mir untersuchten Flüssigkeiten hat Eisenchlorid, in Methylalkohol gelöst, das grösste  $f$  ( $414,7 \cdot 10^{-10}$ ) und Quecksilber das kleinste  $f$  ( $-13,42 \cdot 10^{-10}$ ). Die Rechnung ergibt dann für:

	$\mathfrak{F}_1$
Eisenchlorid in Methylalkohol .	1,001 022
Quecksilber . . . . .	0,999 967

Zwischen diesen Zahlen liegen die Dimagnetisierungsconstanten aller von mir untersuchten Flüssigkeiten.

Die Dimagnetisierungsconstanten sind also nur wenig von Eins verschieden, während die Dielectricitätsconstanten verschiedener Flüssigkeiten von mir<sup>1)</sup> zwischen 4,8 und 1 gefunden wurden, also viel grössere Unterschiede zeigten.

#### § 71. Atommagnetismus.

Aus den magnetischen Druckkräften kann man in absolutem Maasse die Grösse berechnen, welche G. Wiedemann<sup>2)</sup> bei einer Reihe Salze von ähnlicher chemischer Zusammensetzung Atommagnetismus der Metalle genannt und mit Torsionskräften in relativem Maasse bestimmt hat.

Die bei Salzlösungen von magnetischen Kräften hervorbrachte Zunahme des Druckes  $\Delta p$  besteht aus 2 Theilen  $\Delta p_1$  und  $\Delta p_2$ . Der erste Theil  $\Delta p_1$  rührt her von dem Wasser oder dem Lösungsmittel, das in der Volumeneinheit der Flüssigkeit enthalten ist. Der zweite Theil  $\Delta p_2$  von dem wasserfreien Salz in derselben Volumeneinheit.

Nennt man:

$G$  den Procentgehalt der Salzlösung an wasserfreiem Salz,

$A$  das Aequivalentgewicht des Salzes,

$H_1$  die magnetische Kraft des Magnetfeldes,

$\sigma$  das specifische Gewicht

$h$  die magnetische Steighöhe } der Flüssigkeit,

1) G. Quincke, Wied. Ann. 19. p. 724. Abschnitt VII. Tab. 57. 1883.

2) G. Wiedemann, Pogg. Ann. 126. p. 23. 1865. G. Wiedemann, die Lehre von der Electricität. 3. Aufl. 4. p. 852. 1883.

$\sigma_w$  das specifische Gewicht } des Wassers für dieselbe  
 $h_w$  die magnetische Steighöhe } magnetische Kraft  $H_1$ ,

so ist:

$$(8) \quad \Delta p = h\sigma = \Delta p_1 + \Delta p_2,$$

$$(9) \quad \Delta p_1 = h_w \sigma_w \cdot \frac{(100 - G)}{100},$$

$$(10) \quad \Delta p_2 = \mathfrak{A} \cdot \frac{G\sigma}{A} \cdot H_1^2,$$

und daraus:

$$(11) \quad \mathfrak{A} = \left( h - h_w \frac{\sigma_w}{\sigma} \cdot \frac{(100 - G)}{100} \right) \frac{A}{G} \frac{1}{H_1^2}.$$

$\mathfrak{A}$  wäre die magnetische Druckkraft in Grammen auf 1 qcm, um welche das wasserfreie Salz stärker drücken würde, als die atmosphärische Luft in einem Magnetfelde von der magnetischen Kraft Eins, wenn in der Volumeneinheit  $A$  Gramm des wasserfreien Salzes vertheilt wären, oder soviel Gramm Salz, wie die Aequivalentzahl desselben angibt.

Die von G. Wiedemann Atommagnetismus genannte Grösse müsste proportional mit der Constante  $\mathfrak{A}$  der Gl. (11) sein.

Die letzten Spalten der Tab. 89 enthalten die Werthe von  $\mathfrak{A}$  berechnet nach den Beobachtungen der magnetischen Steighöhen  $h$  aus Tab. 85 unter Annahme folgender Aequivalentzahlen.

#### Tabelle 88.

##### Aequivalentzahlen.

H = 1	Mg = 23,94	Br = 79,76
N = 14,01	Cr = 52,45	Sn = 117,35
O = 15,96	Mn = 54,80	La = 138,5
P = 30,96	Fe = 55,88	Ce = 141,2
S = 31,98	Co = 58,60	Di = 145,0
Cl = 35,37	Ni = 58,60	Hg = 199,8
K = 39,08	Cu = 63,18	Bi = 207,3
Ca = 39,91	Zn = 64,88	

Hr. R. W. Bunsen hatte die Güte, mir für diese Untersuchungen die chemisch reinen Verbindungen von Chrom, Cer, Didym, Lanthan, Wismuth und Zinn zur Verfügung zu

stellen und deren procentische Zusammensetzung in seinem Laboratorium bestimmen zu lassen.

Die übrigen Verbindungen waren als chemisch rein im Handel bezogen; zum Theil wie  $MnCl_2$ , *A* und *B* aus verschiedenen Bezugsquellen. Die procentische Zusammensetzung der Salzlösungen wurde durch Auflösen reiner unverwitterter Krystalle und Wägung, oder durch chemische Analyse von mir selbst bestimmt; meist der Controle wegen nach beiden Methoden.

Die zur Lösung des Eisenchlorids benutzte Salzsäure hatte ein spezifisches Gewicht von 1,1795. Das Eisenchlorür wurde durch Auflösen einer gewogenen Menge reinen Eisendrahtes in reiner Salzsäure erhalten und gleich nach der Auflösung untersucht. Das Eisensulfat *A* war durch Auflösen klarer Krystalle von Eisenvitriol in Wasser unter Zusatz von ein paar Tropfen Schwefelsäure dargestellt. Das Eisensulfat *B* wurde aus einer concentrirten wässerigen Lösung von Eisenvitriol mit Alkohol gefällt, mit Alkohol ausgewaschen und mit Fliesspapier getrocknet; das Krystallpulver in kochendem Wasser gelöst und sofort auf sein magnetisches Verhalten untersucht.

In Betreff der Chromchlorürlösungen enthält § 72 nähere Angaben.

Für das Ammonium-Kupfersulfat ist unter *G* der Procentgehalt der Flüssigkeit an reinem Kupfersulfat angegeben.

Die in der Tab. 85 mit einem \* bezeichneten Werthe der magnetischen Steighöhen des Wassers sind die Mittelwerthe mehrerer Versuchsreihen und wurden in den meisten Fällen für die Reductionsrechnungen der Gl. (9), resp. (11) verwandt.

Natürlich sind die Werthe des Atommagnetismus  $\mathcal{A}$ , wie früher die der Constante  $\mathfrak{f}$  (Tab. 85) wieder für ein schwaches Magnetfeld etwas grösser, wie für ein stärkeres Magnetfeld.



Tabelle 89.  
Magnetische Druckkräfte.

Flüssigkeit	Äquivalent <i>A</i>	Spec. Gewicht $\sigma$	Proc. Gehalt <i>G</i>	$t \cdot 10^{10}$	Atommagnetismus ( $H$ ), c.g.s.			Mittel $\bar{M} \cdot 10^8$
					12510	$\frac{10700}{\bar{M} \cdot 10^8}$ 2	6383 1	
Eisen in Quecksilber	Fe	13,546	0,049	68 bis 160	68,53	80,83	148,50	68 bis 148
Mangansulfat . . . . Nr. 1	MnSO <sub>4</sub>	1,4165	35,74	286,1	8,824	8,295	8,686	8,602
" " " " " " Nr. 2	"	1,2193	20,96	144,8	8,718	8,674	8,633	8,742
" " " " " " Nr. 3	"	1,4476	14,83	91,75	8,121	8,580	8,644	8,448
Manganchlorür <i>A</i> . . . . Nr. 1	MnCl <sub>2</sub>	1,3695	35,48	298,4	7,721	8,114	8,507	8,114
" " " " " " Nr. 2	"	1,1891	19,36	187,2	7,709	7,982	8,112	7,918
Manganchlorür <i>B</i> . . . . Nr. 1	MnCl <sub>2</sub>	1,3339	31,98	281,8	8,271	8,275	8,618	8,388
" " " " " " Nr. 2	"	1,2992	29,82	249,6	8,356	7,845	8,349	8,183
" " " " " " Nr. 3	"	1,1739	18,27	140,0	8,366	8,307	8,535	8,403
" " " " " " Nr. 4	"	1,1209	12,79	95,01	8,624	8,523	8,822	8,656
" " " " " " Nr. 5	"	1,0357	4,60	25,57	7,754	7,731	8,021	7,885
Manganchlorür in Alkohol Nr. 1	MnCl <sub>2</sub>	1,0304	23,15	152,6	8,009	7,973	8,541	8,174
" " " " " " Nr. 2	"	1,0258	20,65	150,4	9,401	8,919	9,028	9,118
Manganchlorür in Methylalkohol	MnCl <sub>2</sub>	1,0806	24,75	177,7	8,900	8,373	8,782	8,452
Eisenchlorid in Wasser Nr. 1	FeCl <sub>3</sub>	1,5083	48,18	330,8	7,278	7,398	7,610	7,429
" " " " " " Nr. 2	"	1,1395	16,52	81,91	7,531	7,749	8,349	7,876
" " " " " " Nr. 3	"	1,0564	6,94	30,52	7,341	7,498	8,071	7,636
Eisenchlorid in Salzsäure Nr. 1	FeCl <sub>3</sub>	1,3683	30,88	192,2	7,252	7,435	7,816	7,501
" " " " " " Nr. 2	"	1,2600	16,17	78,23	6,396	6,495	6,750	6,547
" " " " " " Nr. 3	"	1,2349	11,34	55,86	6,706	6,814	7,157	6,892

Flüssigkeit	Äquivalent <i>A</i>	Spec. Gewicht <i>σ</i>	Proc. Gehalt <i>G</i>	$\Gamma \cdot 10^{10}$	Atomagnetismus ( <i>H</i> ), c.g.s.				Mittel $\bar{\mu} \cdot 10^3$
					12510 3	10700 $\bar{\mu} \cdot 10^3$ 2	6983 1		
Eisenchlorid in Methylalk. Nr. 1	FeCl <sub>3</sub>	1,5374	54,83	414,7	7,714	7,950	8,390		7,999
" " " " Nr. 2	"	1,4177	48,07	339,8	7,778	8,156	8,410		8,115
" " " " Nr. 3	"	1,1355	32,94	186,8	8,241	8,095	8,281		8,206
" " " " Nr. 4	"	0,9638	18,89	90,90	7,889	8,116	8,463		8,156
" " " " Nr. 5	"	0,8928	11,53	47,41	7,647	7,818	8,364		7,910
Eisensulfat <i>A</i> " " " " Nr. 1	FeSO <sub>4</sub>	1,2217	20,20	99,89	6,290	6,190	6,392		6,271
" " " " " " Nr. 2	"	1,1140	11,12	46,42	6,115	6,057	6,295		6,156
" " " " " " Nr. 3	"	1,0750	7,67	29,16	6,117	6,029	6,159		6,102
Eisensulfat <i>B</i> " " " " Nr. 1	FeSO <sub>4</sub>	1,1655	16,49	83,18	7,047	6,861	6,648		6,852
" " " " " " Nr. 2	"	1,0850	8,88	39,23	6,926	6,743	6,714		6,794
" " " " " " Nr. 3	"	1,0569	6,08	24,25	6,742	6,686	6,589		6,672
Ammoniumsulfat " " " " Nr. 1	FeSO <sub>4</sub> + (NH <sub>4</sub> ) <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	1,1191	14,61	32,41	6,294	6,299	6,194		6,262
Eisenchlorür " " " " Nr. 1	FeCl <sub>3</sub>	1,3096	27,52	177,9	6,170	6,384	6,596		6,363
" " " " " " Nr. 2	"	1,1074	10,90	57,31	6,216	6,393	6,656		6,422
Cobaltsulfat " " " " Nr. 1	CoSO <sub>4</sub>	1,2584	21,05	94,82	5,731	5,663	5,776		5,723
" " " " " " Nr. 2	"	1,1328	11,73	45,38	5,675	5,631	5,837		5,714
" " " " " " Nr. 3	"	1,0903	8,13	29,05	5,769	5,686	5,799		5,751
Ammoniumcobaltsulfat " " " " Nr. 1	CoSO <sub>4</sub> + (NH <sub>4</sub> ) <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	1,1055	12,64	22,35	5,826	5,271	5,459		5,352
Cobaltchlorür " " " " Nr. 1	CoCl <sub>3</sub>	1,1290	12,63	63,67	6,034	6,008	6,302		6,115
" " " " " " Nr. 2	"	1,0661	6,72	28,57	5,829	5,750	6,067		5,882
Nickelsulfat " " " " Nr. 1	NiSO <sub>4</sub>	1,2921	21,63	44,57	2,696	2,626	2,619		2,647
" " " " " " Nr. 2	"	1,1495	12,20	19,42	2,497	2,572	2,593		2,554
" " " " " " Nr. 3	"	1,1020	8,50	11,93	2,616	2,601	2,640		2,619
Ammoniumnickelsulfat " " " " Nr. 1	NiSO <sub>4</sub> + (NH <sub>4</sub> ) <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	1,0429	4,89	0,55	2,558	2,596	2,603		2,596
Nickelchlorür " " " " Nr. 1	NiCl <sub>3</sub>	1,1385	11,50	24,80	2,896	2,849	2,878		2,876
" " " " " " Nr. 2	"	1,0605	6,02	9,56	2,707	2,738	2,804		2,750



Dasselbe zeigen die aus Tab. 88 und 86 berechneten Werthe des Atommagnetismus für ein Magnetfeld von etwa 2000 C.G.S., welche in Tab. 90 mit den entsprechenden Zahlen für ein Magnetfeld von etwa 10000 C.G.S. aus Tab. 85 zusammengestellt sind.

Tabelle 90.

Magnetische Druckkräfte.

Ruhmkorff'scher Electromagnet.

Polfläche von 140 mm Durchmesser und 3,289 mm Abstand.

	Spec. Gew. $\sigma$	Proc.- Gehalt $G$	$(H_1) = \text{C.G.S.}$			$(H_1) =$	
			2092	1419	Mittel	10000	2311 C.G.S.
			$\text{W. } 10^8$			$\text{W. } 10^8$	$\text{W. } 10^8$
MnSO <sub>4</sub>	1,3812	35,00	7,771	8,125	7,948	8,602	8,646
MnCl <sub>2</sub>	1,4302	36,97	8,269	8,680	8,474	8,114	—
"	1,3680	34,05	8,418	8,492	8,455	8,388	9,656
FeCl <sub>3</sub>	1,5083	48,18	7,480	7,584	7,532	7,429	8,997
FeSO <sub>4</sub>	1,2170	20,02	6,446	6,615	6,530	6,271	7,034
CoSO <sub>4</sub>	1,2584	21,74	5,693	6,013	5,853	5,728	6,607
CoCl <sub>2</sub>	1,1290	13,56	5,411	5,849	5,630	6,115	6,890
NiSO <sub>4</sub>	1,2921	22,65	2,385	2,488	2,436	2,647	2,085
NiCl <sub>2</sub>	1,1385	13,56	2,363	2,321	2,342	2,873	3,444

Die letzte Spalte enthält die aus den Beobachtungen der Tab. 87 berechneten Werthe des Atommagnetismus.

Die Versuchsreihen *c* und *d* der Tab. 82 geben im Mittel für

$$(H_1) = 1685 \text{ C.G.S.}$$

	$\sigma$	$\text{W. } 10^8$
MnCl <sub>2</sub>	1,3697	8,334
"	1,0973	7,952
MnSO <sub>4</sub>	1,4206	8,938
"	1,1537	7,978

Mittel: 8,300

Bilden sich colloidale Modificationen des Eisenoxydes, so können diese das magnetische Verhalten erheblich beeinflussen, wie auch schon G. Wiedemann<sup>1)</sup> gefunden hat.

Möglicher Weise waren einige der im Handel bezogenen Salze nicht ganz eisenfrei und würde ein solcher sehr

1) G. Wiedemann, Pogg. Ann. 135. p. 42. 1868,

geringer Eisengehalt besonders bei kleinen Werthen der magnetischen Steighöhe einen störenden Einfluss haben; umsomehr, je geringer die Concentration der betreffenden Salzlösung war.

Für die verschiedenen Salze desselben Metalles, bei denen gleiche Oxydationsstufen mit verschiedenen Säuren verbunden sind, findet man nahezu denselben Atommagnetismus  $\mathfrak{A}$ .

Dieselben Beziehungen zeigen die von G. Wiedemann<sup>1)</sup> auf ganz anderem Wege gefundenen relativen Werthe des Atommagnetismus  $\alpha$ , die ich in Tab. 91 mit den entsprechenden Mittelwerthen von  $\mathfrak{A}$  zusammengestellt habe. Die Zahlen für  $\text{FeCl}_3$  und  $\text{FeCl}_2$  sind § 72 entnommen.

Tabelle 91.

	Aeq.	$\mathfrak{A} \cdot 10^3$	$\alpha$	$\frac{\mathfrak{A} \cdot 10^3}{\alpha}$
Manganchlorür	$\text{MnCl}_2$	8,329	100,4	0,0830
Eisenchlorid	$\text{FeCl}_3$	8,048	100,0	805
Eisenchlorür	$\text{FeCl}_2$	6,892	83,1	769
Cobaltoxydul	$\text{CoCl}_2$	5,756	67,2	856
Chromchlorid	$\text{CrCl}_3$	3,310	41,9	790
Cersulfat	$\text{Ce}(\text{SO}_4)_2$	2,827	30,0	942
Nickeloxydul	$\text{NiCl}_2$	2,671	30,5	876
Didymsulfat	$\text{Di}(\text{SO}_4)_2$	2,181	68,8	317
Kaliumeisencyanid	$\text{K}_3\text{FeCy}_6$	1,295	16,1	804
Kupfersulfat	$\text{CuSO}_4$	0,868	10,8	799

Durch Multiplication der Wiedemann'schen Constante  $\alpha$  mit 0,08 erhält man also die von mir mit  $\mathfrak{A} \cdot 10^3$  bezeichnete Grösse.

Eine Ausnahme bildet nur das Didym, dessen vor zwei Jahrzehnten von Hrn. G. Wiedemann im Handel bezogenes Salz vielleicht nicht ganz rein war.

§ 72. Der Atommagnetismus verschiedener Chlorverbindungen desselben Metalles lässt sich mit dem

1) G. Wiedemann, Pogg. Ann. 126. p. 23. 1865. G. Wiedemann, Electricitätslehre, 3. Aufl. 3. p. 852. 1883.

§ 67 beschriebenen magnetischen Manometer leicht in folgender Weise vergleichen.

Man misst die magnetische Steighöhe  $K$  einer Flüssigkeit, die das Chlörür enthält, verwandelt dies durch Erwärmen mit chloresurem Kali und Durchsaugen von Luft mit Hülfe der Wasserluftpumpe in Chlorid und misst die magnetische Steighöhe  $K''$  in demselben Magnetfelde von neuem.

Hat sich das specifische Gewicht der Flüssigkeit dabei unmerklich geändert, so ist dieselbe Menge Metall in der Volumeneinheit geblieben. Nennt man  $K^0$  die magnetische Steighöhe, welche das Lösungsmittel für sich der ganzen Lösung mittheilen würde, so ist:

$$(12) \quad \frac{K'' - K^0}{K - K^0} = \frac{M''}{M}$$

gleich dem Verhältniss der Atommagnetismen beider Chlorverbindungen desselben Metalles.

Man würde in derselben Weise auch das Verhältniss der Atommagnetismen der Oxydul- und Oxydverbindungen desselben Metalles mit Schwefelsäure oder einer anderen Säure bestimmen können.

Will man eine grössere Genauigkeit erreichen, so muss man mit der Ablenkung einer Declinationsnadel oder mit Inductionsströmen oder sonst in geeigneter Weise die Constanz des Magnetfeldes controliren, da man bei wiederholtem Schliessen und Oeffnen desselben electricischen Stromes und scheinbar ungeändertem Electromagnet nicht immer ein Magnetfeld von derselben Kraft erhält.

In der folgenden Tab. 92 sind einige Beobachtungen an Eisen- und Chromchlörür zusammengestellt.

Das erstere war durch Auflösen von reinem Eisendraht in reiner Salzsäure hergestellt und enthielt 3,157 g  $\text{FeCl}_2$  in 100 g Flüssigkeit. Der Mittelwerth des Verhältnisses der Atommagnetismen 1,259 ist ein wenig grösser, als er aus den Messungen der Tab. 89 folgt:

$$\frac{7,527}{6,438} = 1,170.$$

Nimmt man nach Tab. 89 den Atommagnetismus des  $\text{FeCl}_2$  zu 6,392, so würde für  $\text{FeCl}_3$  sein:



$\mathcal{M} \cdot 10^8 = 0,392 \cdot 1,259 = 8,048$   
 wenig verschieden von dem früher für die Lösungen des  $\text{FeCl}_3$  in Methylalkohol gefundenen Werthe.

Die Chromchlörurlösung enthielt 7 g  $\text{CrCl}_3$  in 100 g Flüssigkeit. Sie wurde erhalten, indem man eine concentrirte Lösung von Chromchlorid mit dem gleichen Volumen Salzsäure verdünnte und in die so erhaltene Flüssigkeit einige Stäbchen reines Zink stellte. Nachdem alles  $\text{CrCl}_3$  durch den entwickelten Wasserstoff zu  $\text{CrCl}_2$  reducirt war, wurde die hellblaue, durchsichtige Flüssigkeit in das U-Rohr gegossen und sofort im Magnetfelde untersucht. Dann wurde wie bei dem Eisen das Chlorür wieder in Chlorid verwandelt und die magnetische Steighöhe gemessen, sobald keine weitere Abnahme derselben wahrzunehmen war.

Nimmt man für Chromoxydsalze den Atommagnetismus nach Tab. 89 zu 3,311 an, so wäre für Chromoxydsalze demnach:  $\mathcal{M} \cdot 10^8 = 3,311 \cdot 1,611 = 5,333$ .

Tabelle 92.

Magnetische Steighöhen.

Berliner Electromagnet

mit Polflächen von 24 mm Durchmesser und 3,5 mm Abstand.

Stärke d. Magnet- feldes ( $H_1$ )	Magnetische Steighöhe			$\frac{A'' - A^0}{A' - A^0}$
	$A''$	$A'$	$A^0$	
	$\text{FeCl}_3$	$\text{FeCl}_3$	$\text{HCl}$	
	mm	mm	mm	
C.G.S.				
12510	2,475	1,910	-0,608	1,225
10700	1,748	1,232	-0,448	1,304
6383	0,608	0,454	-0,164	1,249
				1,259
	$\text{CrCl}_3$	$\text{CrCl}_3$	$\text{HCl}$	
	mm	mm	mm	
12510	3,160	1,989	-1,439	1,481
10700	2,299	1,468	-1,321	1,468
6383	0,894	0,568	-0,114	1,478
				1,476
12510	3,805	1,909	-0,439	1,807
10700	2,591	1,365	-0,321	1,727
6383	0,859	0,456	-0,114	1,707
				1,747

Während also der Atommagnetismus des Eisenchlorids grösser ist, als der des Eisenchlorürs, ist umgekehrt der Atommagnetismus des Chromchlorürs grösser, als der des Chromchlorids.

§ 73. Gleichzeitige Messung der magnetischen Steighöhe und der Stärke des Magnetfeldes.

Sobald die Messungen der magnetischen Steighöhe Unregelmässigkeiten zeigten, wurde die *U*-Röhre mit heisser concentrirter Schwefelsäure unter Zusatz von ein paar Tropfen Salpetersäure gereinigt, mit heissem Wasser ausgespült, längere Zeit mit destillirtem Wasser in Berührung gelassen, mit Durchsaugen von erwärmter Luft getrocknet und sofort von neuem mit der betreffenden Salzlösung gefüllt.

Immerhin zeigen die einzelnen Messungen bei der § 70 bis 72 benutzten Methode kleine Verschiedenheiten für dieselbe Flüssigkeit und dieselbe magnetische Kraft, welche zum Theil in der verschiedenen Reibung der Flüssigkeitskuppe gegen die Röhrenwand ihren Grund haben mögen. Kleine zufällige Verunreinigungen können ebenfalls den Stand der Flüssigkeit in dem engen Schenkel des magnetischen Manometers erheblich modificiren. Diese Fehlerquelle wird gerade bei concentrirten Salzlösungen am auffallendsten sein, bei denen sich auch eine Benetzung der Glaswand und leichte Beweglichkeit in der Glasröhre am schwersten erreichen lassen.

Es könnte aber auch dasselbe Salz unter scheinbar denselben Bedingungen eine verschiedene Dimagnetisierungsconstante oder verschiedenen Atommagnetismus zeigen, wie die colloidalen Modificationen der Eisensalze oder metallisches Eisen bei gleicher magnetischer Kraft verschiedenes magnetisches Moment annehmen können.

Ich habe daher eine Reihe Messungen in der Weise durchgeführt, dass gleichzeitig neben dem 3 mm breiten Schenkel der *U*-Röhre des magnetischen Manometers auch noch die 1,3 mm dicke Inductionspirale Nr. 2, Tab. 73 in dem Magnetfeld Platz fand.

Gleichzeitig mit der magnetischen Steighöhe wurde dann für jeden einzelnen Fall die Grösse der magnetischen Kraft

mit Inductionsströmen in der § 63 beschriebenen Weise bestimmt, jedoch mit dem Unterschiede, dass die Bewegung der Inductionsspirale eine sicherere war.

Die flache Inductionsspirale  $F_1$  (Fig. 12) wurde mit Spiegellack an einen 350 mm langen, 12 mm breiten und 3 mm dicken Streifen Spiegelglas  $G$  gekittet; dieser mit einer hölzernen Schraubzwinge  $H$  radial an einer runden Spiegelglasscheibe von 4 mm Dicke und 270 mm Durchmesser befestigt. Die Glasscheibe drehte sich zwischen Spitzen um eine mit ihr festverbundene 120 mm lange horizontale Stahlaxe. Zwei Anschläge bestimmten die beiden 1060 mm voneinander entfernten Lagen der Inductionsspirale  $F_1$  im Magnetfeld und ausserhalb desselben. Zwei dünne, mit Seide besponnene und umeinander geschlungene Kupferdrähte waren an die Enden der Inductionsspirale gelöthet und stellten längs dem Spiegelglasstreifen die Verbindung mit dem Multiplicator und dem Erdinductor (Fig. 3) her.

Der Multiplicator war 15 m, der Erdinductor 12 m vom Electromagnet entfernt aufgestellt; der Erdinductor an einer Stelle, an welcher ich kurz vor den folgenden Versuchen die erdmagnetische horizontale Kraft  $H = 0,1968$  C. G. S. (vgl. § 64) gefunden hatte.

Ich bestimmte den Ausschlag  $s_1$  des Multiplicators, wenn ein Gehülfe die flache Inductionsspirale  $F_1$  in das Magnetfeld herein- oder aus ihm herausdrehte. Gleichzeitig wurde von Hrn. Dr. Walter König mit einem Kathetometermikroskop die magnetische Steighöhe gemessen.

Nach dem Oeffnen des electrischen Stromes wurden dann der vom magnetischen Rückstand des Magnetfeldes und der vom Erdinductor erzeugte Multiplicatorausschlag  $s_0$ , und  $2s$  bestimmt.

Die in der folgenden Tabelle enthaltenen Resultate sind das Mittel aus 4 Messungen bei rechts und links gelegnem Nordpol.

Bei dem Polabstand 3,5 mm wurde die Stärke des Magnetfeldes kurz vor und kurz nach Beobachtung der magnetischen Steighöhe gemessen.

Tabelle 93.  
Magnetische Steighöhen  
und gleichzeitig die Stärke des Magnetfeldes mit Inductionströmen  
gemessen.  
Berliner Electromagnet.  
Polflächen von 24 mm Durchmesser.

Nr.	Anzahl Rosen- Elem. <i>n</i>	Pol- abstand <i>a</i>	Magnet. Steighöhe <i>h</i>	Inductionströme			Stärke d. Magnet- feldes ( <i>H</i> <sub>1</sub> )	Atom- mag- netismus <i>ℳ</i> · 10 <sup>10</sup>
				Magnet. <i>s</i> <sub>1</sub>	Rückst. <i>s</i> <sub>01</sub>	Erdm. <i>2s</i>		
Manganchlorür <i>σ</i> = 1,2992				<i>G</i> = 26,82				
		mm	mm	sc.	sc.	sc.	C.G.S.	
1	3	3,5	31,20	266,2	10,4	62,70	12881	244,0
2	3	7,0	12,97	168,9	5,8	63,23	8114	256,0
3	1	3,5	7,711	134,0	10,5	62,70	6474	239,0
4	2	7,0	7,060	126,5	5,7	63,23	6073	248,6
5	1	7,0	2,124	69,1	4,1	63,23	3321	251,2
							Mittel	247,80
								8,132
Wasser <i>σ</i> = 0,9972								
		mm	mm	sc.	sc.	sc.	C.G.S.	
1	6	7	-0,449	171,6	4,3	48,86	10690	-3,923
2	3	"	-0,827	155,5	4,6	52,67	8965	-4,055
3	3	"	-0,322	149,3	4,15	50,85	8922	-4,090
4	3	"	-0,323	149,0	3,52	51,77	8744	-4,215
5	3	"	-0,261	124,9	3,55	48,86	7766	-4,323
6	2	"	-0,178	116,4	4,0	52,67	6711	-3,986
7	2	"	-0,189	111,4	4,14	50,85	6651	-4,258
8	1	"	-0,051	55,99	3,26	51,66	3283	-4,747
							Mittel	-4,186

Die Mittelwerthe der Constante  $f$  stimmen in befriedigender Weise mit den oben (Tab. 85, § 70) gefundenen Zahlen 249,6 für Manganchlorürlösung und - 4,278 für Wasser überein. Ebenso der Atommagnetismus des  $MnCl_2$  8,132 mit dem Werth 8,183 für dieselbe Flüssigkeit in Tabelle 89, § 71.

Der Werth von  $f$  für Wasser nimmt mit abnehmender magnetischer Kraft zu. Analog fand Schuhmeister<sup>1)</sup>, wenn man die von ihm gegebenen Zahlen mit 981 cm dividirt, um sie auf die von mir benutzten Einheiten zu reduciren:

$$H_1 = 615 \quad 1808 \quad 2527 \text{ C.G.S.}$$

$$f \cdot 10^9 = -5,686 \quad -4,613 \quad -4,444$$

1) J. Schuhmeister, Wien. Anz. math. naturw. Cl. 16. p. 15. 1881. Beibl. 6. p. 38. 1882.

Eine grössere Genauigkeit dürfte sich vor der Hand nicht erreichen lassen in gewöhnlichen Wohnräumen, in denen das magnetische Moment des eisenhaltigen Hauses und damit die Grösse der erdmagnetischen Kraft sich durch Bestrahlung und Erschütterungen des Windes fortwährend ändern.

#### § 74. Aenderung der magnetischen Steighöhe mit der Temperatur.

Um die magnetische Steighöhe bei verschiedenen Temperaturen zu messen, wurden die 24 mm breiten und 50 mm langen cylindrischen Pole des Ruhmkorff'schen Electromagnets in ein Wasserbad *K* (Fig. 13) gebracht, das durch eine Gasflamme erwärmt werden konnte. Dasselbe bestand aus einem vernickelten Messingkasten von 150 mm Länge, 120 mm Höhe und 60 mm Breite. Zwei mit Mennigekitt eingesetzte Spiegelglasplatten bildeten die Vorder- und Rückwand. Durch zwei Oeffnungen in beiden Seitenwänden reichten die cylindrischen Pole in das Innere des Kastens. Die Oeffnungen waren von zwei kurzen Ansatzröhren gebildet. Ueber diese und die vernickelten Pole wurden Kautschukringe geschoben, um das Ausfliessen des Wassers an diesen Stellen zu verhindern. Ein Ring mit Messingnase (Fig. 6) war auf den einen Pol aufgeschoben und erhielt beide Polflächen in constantem Abstand.

Die beiden verticalen Schenkel der *U*-Röhre des magnetischen Manometers waren 100 mm voneinander entfernt, sodass der ganze untere Theil der *U*-Röhre in das Wasser gesenkt werden konnte, welches 5 bis 10 mm hoch über den Polflächen stand.

Die *U*-Röhre wurde mit der Korkklemme so lange gestellt, bis die Flüssigkeitskuppe in der Mitte des Magnetfeldes lag. Neben derselben blieb noch Raum für die flache Inductionsspirale Nr. 12, Tab. 73, welche in der § 63, (Fig. 2) beschriebenen Weise mit Seidenfäden in das Magnetfeld hineingedreht oder aus demselben herausgedreht wurde.

Anfangs- und Endlage der flachen Inductionsspirale  $F_1$  waren durch Anschläge bestimmt. Die Spirale befand sich

in der Endlage neben dem weiten Schenkel der U-Röhre, 100 mm vom Magnetfeld entfernt. Sie war wie gewöhnlich gleichzeitig mit dem Erdinductor in den Multiplicatorkreis eingeschaltet, welche 1 m, resp. 4,5 m vom Magnetfeld entfernt waren.

Man bestimmte den Ausschlag  $s_1$  des Multiplicators bei geschlossenem Strom. Mit einem Kathetometermikroskop wurde durch das Spiegelglas und das Wasser des Wasserbades hindurch die Senkung der Flüssigkeit beim Oeffnen des electrischen Stromes beobachtet und dadurch die magnetische Steighöhe gemessen. Dann bestimmte man die Temperatur des häufig umgerührten Wasserbades, den Multiplicatorausschlag  $s_{01}$  nach dem Oeffnen des Stromes und den vom Erdinductor erregten Ausschlag  $2s$ .

Die Grössen  $s_1$ ,  $s_{01}$ ,  $2s$  waren etwas verschieden, je nachdem der Nordpol auf der rechten oder linken Seite des Electromagnets lag, resp. gelegen hatte. Die im Folgenden angegebenen Zahlen sind das Mittel aus mehreren Bestimmungen für beide Lagen.

Die den mittleren Werthen von  $s_1$  und  $s_{01}$  entsprechenden Werthe der magnetischen Steighöhe  $h$  berechnen sich aus den beobachteten mit einem horizontalen Strich bezeichneten Grössen mit der Gleichung:

$$(13) \quad h = \bar{h} \cdot \frac{s_1^2 - s_{01}^2}{s_1^2 - s_{01}^2}.$$

In der folgenden Tabelle sind schon diese Mittelwerthe der magnetischen Steighöhe und der nach Gl. (2) § 63 und Gl. (7) § 70 berechneten magnetischen Kräfte ( $H_1$ ) des Magnetfeldes angegeben. Die letzte Spalte enthält den Werth des Temperaturcoefficienten  $\alpha$ , wenn man annimmt, dass die den Temperaturen  $t_0$  und  $t$  entsprechenden Steighöhen  $h_0$  und  $h$  durch die Gleichung verknüpft sind:

$$(14) \quad h = h_0 (1 - \alpha(t - t_0)).$$

Die Polflächen hatten einen Abstand von 6,82 mm. Der Ruhmkorff'sche Electromagnet wurde von einer dreigliedrigen Bunsen'schen Säule erregt.



Tabelle 94.

Aenderung magnetischer Steighöhen mit der Temperatur.

Magn. Kraft ( $H_1$ )	Temp.	Magn. Steighöhe $h$	$\alpha$	Magn. Kraft ( $H_1$ )	Temp.	Magn. Steighöhe $h$	$\alpha$
<b>MnSO<sub>4</sub> (<math>\sigma = 1,4165</math>)</b>				<b>FeCl<sub>2</sub> (<math>\sigma = 1,2900</math>)</b>			
C.G.S.		mm		C.G.S.		mm	
5140	16,83°	4,745	—	5430	16,7°	3,099	—
—	37,17	4,465	0,002 920	—	38,65	2,789	0,004 562
—	67,15	4,088	2 757	—	55,80	2,646	8 794
			0,002 898	—	64,10	2,575	3 567
				—	84,85	2,485	2 912
							0,003 694
<b>MnCl<sub>2</sub> (<math>\sigma = 1,3695</math>)</b>				<b>FeCl<sub>2</sub> (<math>\sigma = 1,5083</math>)</b>			
5679	14,14°	6,036	—	5097	14,90°	5,788	0
—	39,90	5,577	0,002 952	—	35,47	5,392	0,002 948
—	44,12	5,480	3 072	—	51,55	5,130	2 893
			0,003 012	—	62,20	4,943	2 933
<b>MnCl<sub>2</sub> in conc. Salzsäure (<math>\sigma = 1,3384</math>)</b>				—	71,80	4,818	2 818
4419	11,50°	2,202	—				0,002 897
—	45,0	2,096	0,001 618				
<b>MnCl<sub>2</sub> in Alkohol (<math>\sigma = 1,0258</math>)</b>				<b>CoSO<sub>4</sub> (<math>\sigma = 1,2584</math>)</b>			
4962	16,18°	3,113	—	5785	11,25°	2,327	—
—	29,75	2,973	0,003 760	—	36,10	2,104	0,003 850
—	39,27	2,838	0,002 634	—	58,45	2,008	2 909
			0,003 20	—	84,95	1,910	2 430
							0,003 063
<b>FeSO<sub>4</sub> (<math>\sigma = 1,2825</math>)</b>				<b>CoCl<sub>2</sub> (<math>\sigma = 1,1290</math>)</b>			
4903	17,0°	2,006	—	5140	17,65°	1,222	—
—	45,8	1,934	0,001 247	—	71,60	1,048	0,002 620
—	76,4	1,783	1 869				
—	91,15	1,704	2 031				
—	54,40	1,920	0,002 406				
—	32,15	2,048	2 031				
—	14,25	2,124	—				
			0,001 917				

Alle diese Versuche zeigen eine Abnahme der magnetischen Steighöhe mit zunehmender Temperatur.

Die hieraus mit Gl. (7) § 71 berechneten Werthe der Constante  $f$  und die Mittelwerthe des Temperaturcoefficienten  $\alpha$  finden sich in der folgenden Tab. 95 zusammengestellt.

Vernachlässigt man die Aenderung des specifischen Gewichts durch die Temperaturzunahme, so würde die Gleichung:

$$(15) \quad f = f_0 (1 - \alpha(t - t_0))$$

der Gl. (14) entsprechend die Abhängigkeit der Constante  $f$  von der Temperatur bestimmen.

Tabelle 95.

Änderung der magnetischen Steighöhe mit der Temperatur.

Ruhmkorff'scher Electromagnet.

Polfächen von 24 mm Durchmesser und 6,82 mm Abstand.

$$h = h_0 (1 - \alpha t) \quad f = f_0 (1 - \alpha t)$$

Flüssigkeit	Spec. Gew. $\sigma$	Magnetische Kraft Steig- höhe		°C. Temp. $t$	$f \cdot 10^{10}$	Tempera- turoeffi- cient $\alpha$
		( $H_1$ )	$h$ mm			
Mangansulfat . . . . .	1,4165	5140	4,745	16,83°	254,3	0,002 838
Manganchlorür . . . . .	1,3695	5679	6,096	14,14	256,3	3 012
MnCl <sub>2</sub> in Salzsäure (1,165) . . . . .	1,3384	4419	2,202	11,50	150,9	1 618
MnCl <sub>2</sub> in Alkohol . . . . .	1,0258	4962	3,113	16,13	129,7	3 200
Eisensulfat . . . . .	1,2825	4903	2,006	17	107	1 917
Eisenchlorür . . . . .	1,2900	5430	3,039	16,7	135,6	3 694
Eisenchlorid . . . . .	1,5083	5097	5,738	14,9	333,1	2 897
Cobaltsulfat . . . . .	1,2584	5785	2,328	11,25	87,50	3 063
Cobaltchlorür . . . . .	1,1290	5140	1,222	17,65	52,20	2 620

Bei den diamagnetischen Flüssigkeiten Wasser, Alkohol und Salzsäure ( $\sigma = 1,165$ ) konnte ich keine Abnahme der magnetischen Steighöhe oder der Dimagnetisierungsconstante mit steigender Temperatur wahrnehmen.

Aus den Beobachtungen der Tab. 94 lässt sich nach Gl. (11) in der § 71 beschriebenen Weise auch der Atommagnetismus  $\mathcal{M}$  berechnen, indem man zur magnetischen Steighöhe noch die dem diamagnetischen Lösungsmittel entsprechende Steighöhe addirt. Man kann dann wieder auf den Atommagnetismus die Interpolationsformel:

$$(16) \quad \mathcal{M} = \mathcal{M}_0 (1 - \alpha (t - t_0))$$

anwenden und den Temperaturcoefficienten  $\alpha$  berechnen, der also ein wenig kleiner als das entsprechende  $\alpha$  ist. Das Resultat findet sich in der folgenden Tab. 96:

Tabelle 96.

Aenderung des Atommagnetismus mit der Temperatur.  
Ruhmkorff'scher Electromagnet.

Polflächen von 24 mm Durchmesser und 6,82 mm Abstand.

$$\mathcal{M} = \mathcal{M}_0 (1 - \alpha t).$$

Flüssigkeit	Spec. Gewicht $\sigma$	Procent-gehalt G	Magn. Kraft (H) C.G.S.	Atom-magnetis. $\mathcal{M} \cdot 10^8$	Tempera-turecoëff. $\alpha$
MnSO <sub>4</sub>	1,4165	35,74	5140	7,647	0,002 808
MnCl <sub>2</sub>	1,3695	33,48	5679	7,094	2 979
MnCl <sub>2</sub> in Salzsäure	1,3384	20,78	4419	6,960	1 583
MnCl <sub>2</sub> in Alkohol	1,0258	20,65	4962	7,805	3 149
FeSO <sub>4</sub>	1,2825	23,70	4908	5,505	1 861
FeCl <sub>2</sub>	1,2900	21,89	5430	6,232	3 606
FeCl <sub>3</sub>	1,5088	48,18	5097	7,478	2 878
CoSO <sub>4</sub>	1,2584	21,05	5787	5,299	2 949
CoCl <sub>2</sub>	1,1290	12,63	5140	5,071	2 444

Zu allen diesen Messungen habe ich zu bemerken, dass die Zahlen nicht dieselbe Sicherheit, wie bei den früheren Messungen, beanspruchen können. Einmal, weil der Erd-inductor und Multiplicator zu nahe an dem Electromagnet standen und dann, weil die einzelnen Messungen der Steighöhe Schwankungen zeigten.

Beobachtet man zuerst bei steigender und darauf bei sinkender Temperatur, so findet man für dieselbe Temperatur im zweiten Falle häufig eine kleinere Steighöhe. Giesst man dieselbe Flüssigkeit in eine frisch gereinigte U-Röhre, so zeigt sie wieder die alte Steighöhe bei derselben Temperatur und bei derselben magnetischen Kraft. Es scheint sich also bei längerem Erhitzen im Wasserbad die Beschaffenheit und Beweglichkeit der Flüssigkeitskuppe zu ändern.

In der That muss sich die an der Glaswand adhärende Flüssigkeitsschicht, von welcher die Benetzung abhängt, von der warmen Flüssigkeitskuppe fort nach den kälteren oben ausserhalb des Wasserbades gelegenen Theilen der engen Glasröhre hinziehen und damit die vollkommene Benetzung aufhören.

Da ferner die eisernen Polstücke die Wärme weit besser

leiten als die Flüssigkeit, so lässt sich nicht sagen, dass das Wasserbad oder die Flüssigkeit in der *U*-Röhre an allen Stellen dieselbe Temperatur haben. Dies muss ebenfalls Schwankungen der Flüssigkeitskuppe herbeiführen.

Die Methode ist also nicht für genaue Messungen geeignet. Immerhin zeigt sie, dass der Atommagnetismus der meisten Salze in ähnlicher Weise abnimmt mit steigender Temperatur, wie die Dichtigkeit der Luft bei constantem Druck oder die electriche Leitungsfähigkeit der Metalle.

G. Wiedemann<sup>1)</sup> fand für alle Salze (auch  $\text{FeSO}_4$ ) nahezu denselben Temperaturcoefficienten  $\alpha = 0,003320$ .

Die für die Constante  $f$  in Tab. 95 und für den Atommagnetismus  $\mathfrak{M}$  in Tab. 96 gefundenen Zahlen sind alle etwas kleiner, als die entsprechenden in Tab. 85 und 86.

Bei ihrer Berechnung wurde die erdmagnetische Kraft  $H = 0,1935$  C.G.S. angenommen.

Spätere Versuche zeigten, dass in der Mitte des Erdinductors, je nachdem der Nordpol des Electromagnets rechts oder links gelegen hatte, durch den magnetischen Rückstand die erdmagnetische Kraft verschieden verändert worden war und 0,1758 oder 0,2222 C.G.S. betragen hatte; dass ferner die so modificirte erdmagnetische Kraft nicht an allen Stellen des Erdinductors denselben Werth hatte. Dies erklärt hinreichend die Abweichungen von den genaueren Messungen der § 70 und 71.

Die fehlerhafte Aufstellung der Apparate war eben gewählt worden, weil der verfügbare Raum beschränkt war, und weil derselbe Beobachter den Multiplicator ablesen und gleichzeitig die Inductionsströme erregen sollte.

Diese Uebelstände würden sich natürlich bei einer Wiederholung der Messungen vermeiden lassen. Ich habe aber auf diese Wiederholung verzichtet, weil die bei längerem Erhitzen unvermeidliche Aenderung der Beweglichkeit und Lage der Flüssigkeitskuppe doch keine befriedigende Genauigkeit erwarten lässt.

1) G. Wiedemann, Pogg. Ann. 126. p. 17. 1865.

§ 75. Bestimmung der Stärke des Magnetfeldes mit magnetischen Steighöhen.

Man kann auch ein magnetisches Manometer in ein Magnetfeld bringen, die magnetische Steighöhe  $h$  messen und mit Hilfe der in Tab. 85 angegebenen Werthe von  $f$  nach Gl. (7) § 70 die Grösse der magnetischen Kraft  $H_1$  des Magnetfeldes berechnen. Die Wirkung des magnetischen Rückstandes  $H_{01}$  wird dabei vernachlässigt.

Bei einem durch eine electrodynamische Maschine erregten Electromagnet des Karlsruher Polytechnicums, dessen Benutzung ich der Gefälligkeit des Hrn. F. Braun verdanke, und Mangansulfatlösung vom specifischen Gewicht 1,4165 zwischen quadratischen Polflächen von 80 mm Seite und 6 mm Abstand, habe ich eine magnetische Steighöhe von 95 mm beobachtet, was etwa eine magnetische Kraft von 20000 C.G.S. ergeben würde.

Schwankungen der magnetischen Kraft, wie sie den Schwankungen der Stromstärke der electrodynamischen Maschine entsprechen, machen sich durch momentane Schwankungen der magnetischen Flüssigkeitskuppe bemerkbar. Es dürfte sich diese Beobachtungsmethode für technische Zwecke zur Bestimmung der magnetischen Kraft eines Magnetfeldes sehr empfehlen.

An dem Berliner Electromagnet konnten die cylindrischen Pole von 24 mm Durchmesser mit geraden Endflächen durch ebensolche Cylinder mit kegelförmigen Polen ersetzt werden. Die Kegel hatten 90° Oeffnung und waren durch 2 kleine Kreisflächen von 3 mm Durchmesser abgestumpft. Bei einem Abstand dieser kleinen Kreisflächen von 3,5 mm wurde Wasser in einem magnetischen Manometer um 1,900 mm deprimirt, wenn der Electromagnet durch eine zehngliedrige Bunsen'sche Säule erregt wurde. Dies ergibt eine magnetische Kraft:

$$H_1 = \sqrt{\frac{0,1900 \text{ cm} \cdot 0,9983}{4,278 \cdot 10^{-10}}} = 21080 \text{ C.G.S.}$$

Benutzte man statt einer zehngliedrigen nur eine dreigliedrige Bunsen'sche Säule, so war die Depression des Wassers 0,980 mm, entsprechend einer magnetischen Kraft

von 15140 C. G. S. Die magnetische Kraft der kürzesten Magnetkraftlinie wird also nur um ein Viertel grösser, wenn man die ebenen Polflächen durch abgestumpfte Kegel ersetzt. Die Vertheilung der magnetischen Kraft in dem Magnetfeld des Berliner Electromagnets, welcher zu den grossen Versuchsreihen Tab. 85 gedient hatte, wurde in folgender Weise bestimmt.

Auf die eine 24 mm breite Polfläche wurde eine Papierscala mit Millimetertheilung geklebt und in der oben § 70 beschriebenen Weise die magnetische Steighöhe für wässrige Nickelsulfatlösung vom specifischen Gewicht 1,2921 mit dem magnetischen Manometer gemessen, wenn die Flüssigkeitskuppe im engen Schenkel des U-Rohres sich in der Entfernung  $E$  von der Mitte der runden Polfläche befand.

Tabelle 97.

## Magnetische Druckkräfte.

Berliner Electromagnet.

Polflächen von 24 mm Durchmesser und 3,5 mm Abstand

Nickelsulfat ( $\sigma = 1,2921$ ) $1 \cdot 10^{10} = 44,57$ .

Entfernung von der Mitte	Magnetische Steighöhe			Relat. Stärke d. Magnetfeldes		
	$\Delta$			$\sqrt{\Delta}$		
$E$	3	2	1	3	2	1
mm	mm	mm	mm			
0	5,917	4,471	1,509	100	100	100
5	5,613	4,230	1,530	98,2	100,7	100,7
11,5	5,358	3,810	1,348	96,0	92,9	94,5
Magnetische Kraft des Magnetfeldes mit Steighöhen						
mm	C.G.S.	C.G.S.	C.G.S.			
0	12980	11000	6613			
5	12760	11080	6659			
11,5	12470	10230	6251			
mit Inductionsströmen						
mm						
0	12510	10700	6393			

Vorstehende Zusammenstellung gibt die Mittelwerthe der Steighöhen und die daraus berechneten absoluten Werthe der magnetischen Kraft ( $H_1$ ). Uebrigens findet man unter



sonst gleichen Umständen die Steighöhe rechts von der Mitte der Polflächen meist ein klein wenig grösser, als links von der Mitte.

Eine ähnliche Versuchsreihe über das Magnetfeld des Ruhmkorff'schen Electromagnets mit 140 mm breiten Polflächen, welche Hr. Dr. Walter König mit einer zehngliedrigen, ich selbst mit einer dreigliedrigen Bunsen'schen Säule erhielt, ergab folgende Resultate.

Tabelle 98.

Magnetische Druckkräfte.  
Ruhmkorff'scher Electromagnet.  
Polflächen von 140 mm Durchmesser.

Entfernung von der Mitte	10 Bunsen-Elemente Eisenchlorid $\sigma = 1,508$			3 Bunsen-El. Manganchlorür $\sigma = 1,4190$	
	Abstand der Polflächen				
	mm 3,289	mm 12,15	mm 50	mm 3,289	
	Relative Magnetkraft $\sqrt{h}$			$\sqrt{h}$	
0 mm	100	100	100	100	
20	105,4	98,1	88,8	102,4	
40	104,5	95,9	87,5	102,9	
60	106,6	97,7	96,9	104,0	
70	97,6	100,5	152	104,0	

Während also die magnetische Kraft bei dem Berliner Electromagnet nach dem Rande des Magnetfeldes abnimmt, nimmt sie bei dem Ruhmkorff'schen Electromagnet zu. Die Zunahme ist besonders auffällig bei grossem Abstand der Polflächen, in der Nähe des Randes derselben.

Ich habe ferner die magnetische Steighöhe für wässrige Eisenchloridlösung ( $\sigma = 1,5083$ ) mit einer Constante  $1 \cdot 10^{10} = 330,8$  gemessen bei dem Ruhmkorff'schen Electromagnet mit abgerundeten kegelförmigen Polen, durchbohrten Kegelpolen und zugeschärften Polen, die in 2 rechteckförmigen Flächen von 45 und 10 mm Seite sich gegenüberstanden. In Fig. 17 sind in *c d e* die Längsschnitte dieser Pole in ein Drittel natürlicher Grösse abgebildet. Der Electromagnet war durch eine dreigliedrige Bunsen'sche Säule errögt.

Es fand sich:		die Stärke des Magnetfeldes
bei dem Polabstand 3,5 mm zwischen		8559 c.g.s.
a) 2 kreisrunden 24 mm breiten Polflächen		7235
c) 2 abgerundeten Kegelpolen		4167
d) 2 durchbohrten Kegelpolen		6832
in der Mitte zwischen beiden 8 mm breiten Oeffnungen		4167
in der Mitte zwischen den ringförmigen 5 mm breiten		
Flächen an der Peripherie der Oeffnung		6832
e) 2 zugeshärften Polen mit rechteckförmigen Endflächen,		
die lange Kante horizontal,		
vordere Seite der Endfläche		6353
Mitte der Endfläche		6500
hintere Seite der Endfläche		6421

Kommt es nicht auf die äusserste Genauigkeit an, so wird für solche Messungen eine stark magnetische Flüssigkeit in einen langen schmalen Glastrog gebracht und dieser so aufgestellt, dass ein Theil innerhalb, ein Theil ausserhalb des Magnetfeldes liegt.

Solche Glaströge lassen sich leicht herstellen, indem man in eine 3 bis 10 mm dicke Spiegelglasplatte (Fig. 13) 4 Löcher bohrt und die Platte nach den punktirten Linien mit dem Diamanten durchschneidet. Der äussere, in der Zeichnung schraffierte, Rand der Spiegelplatten bildet dann 2 Rahmen, die dadurch in offene Tröge (Fig. 14) verwandelt werden, dass man auf beiden Seiten 2 etwas kleinere 1 mm dicke Spiegelglasplatten mit Fischleim oder Canadabalsam aufkittet. Als Fuss dient eine horizontale Glasplatte, auf welche 2 Korke aufgeklebt sind (Fig. 15), zwischen welche die dicke Spiegelglasplatte des Rahmens eingeklemmt wird.

In den Glastrog wird, ähnlich wie in eine Wellenrinne, ein verticaler Streifen schwarzes Papier getaucht. An dem theilweise benetzten Papierstreifen lässt sich die Curve der Flüssigkeitsoberfläche erkennen, nöthigenfalls mit Bleistift fixiren und daraus mit Berücksichtigung des Capillardrucks auf die Vertheilung der magnetischen Kraft des Magnetfeldes schliessen.

In Fig. 16 und 17 sind solche Curven in natürlicher Grösse abgebildet, die Hr. Timberg im hiesigen physikalischen Institut mit einer Lösung von Eisenchlorid in Methyl-

alkohol ( $\sigma = 1,4177$ ) und einer 3 mm breiten Glasrinne erhalten hat. Das Papier wurde getrocknet, mit der Scheere längs der Flüssigkeitsgrenze ausgeschnitten und die Papierstücke bei der Zeichnung der Curven als Schablonen benutzt.

Für den Berliner Electromagnet hatten die 24 mm breiten Polflächen einen Abstand von 7 mm. Die in Fig. 16 dargestellten Curven zeigen gleichzeitig durch den punktierten Kreis die Lage der Polflächen. Die Zahlen an den Curven bedeuten die Anzahl der benutzten Bunsen'schen Elemente.

Für den Ruhmkorff'schen Electromagnet hatte die kürzeste Magnetkraftlinie 8,2 mm Länge. Unter den Curven (Fig. 17) ist der Längsschnitt der betreffenden Polstücke in  $\frac{1}{8}$  der natürlichen Grösse angegeben bei  $a, b, c, d, e$ .

Die Curven zeigen bei dem Berliner Electromagnet die schon oben erwähnte unsymmetrische Vertheilung der magnetischen Kraft zu beiden Seiten der Mitte, die ihren Grund wohl in einer verschiedenen molecularen Beschaffenheit des Eisens an den verschiedenen Stellen der Ankerstücke hat.

Bei der Beurtheilung der Curven ist zu bemerken, dass die magnetischen Druckkräfte ausser durch den hydrostatischen Druck auch noch, durch den Druck der capillaren Oberfläche an der Grenze von Eisenchloridlösung und Luft im Gleichgewicht gehalten werden. Die Krümmung der Oberfläche, senkrecht zur Ebene der Zeichnung, ist an allen Punkten der Curve nahezu dieselbe und wird durch das Eintauchen des ebenen dünnen Papierblattes überall in derselben Weise geändert.

Nennt man  $\alpha$  die Oberflächenspannung,  $\alpha^2$  die spezifische Cohäsion der benutzten magnetischen Flüssigkeit und  $R$  den Krümmungsradius im Punkte  $P$  der Curve (Fig. 16), in der Höhe  $y$  über der geraden Flüssigkeitsoberfläche ausserhalb des Magnetfeldes, so ist nach Gl. (4) § 65:

$$(17) \quad H_1^2 = h\sigma = y\sigma + \frac{\alpha}{R},$$

wo  $R$  positiv gerechnet ist für ein nach oben convexes, negativ für ein nach oben concaves Curvenstück.

Aus Gl. (17) folgt, da  $2\alpha = a^2\sigma$ :  
 (18) 
$$h = y + \frac{a^2}{2R}.$$

Für die Oberflächenspannung  $\alpha$  und die spezifische Cohäsion  $a^2$  der Lösung von Eisenchlorid in Methylalkohol fand Hr. Heritsch im hiesigen physikalischen Institut durch Wägung von Platinringen nach der Methode von Sondhauss.<sup>1)</sup>

$\alpha = 4,695 \text{ mgr.}, \quad a^2 = 6,624 \text{ qmm.}$

Der Krümmungsradius lässt sich empirisch angenähert finden, wenn man ein Glimmerblatt mit schwarzen Kreisen von 2, 3, 4, 5, 10 mm etc. Radius über den Curven verschiebt und den Kreisbogen mit dem betreffenden Curvenstück zusammenfallen lässt. Für den Punkt  $P$  der Curve 3 Fig. 16 ist  $R = 4 \text{ mm.}$  Es wäre also zu den  $y = 1,6 \text{ cm}$  noch  $6,624 \text{ qmm} / 8 \text{ mm} = 0,083 \text{ mm}$  zu addiren, um die Grösse  $h$  zu erhalten, wie sie das U-Rohr des magnetischen Manometers im Punkte  $P$  des Magnetfeldes zeigen würde. Für die höchste Stelle  $K$  der Curve ist  $R = 50 \text{ mm}, h = 1,9 + 0,0067 \text{ cm.}$  Durch Division von  $h$  mit  $f/\sigma$  oder  $239,6 \cdot 10^{-10}$  und Ausziehen der Wurzel erhält man die magnetische Kraft in  $P$  oder  $K = 8385$ , resp.  $8910 \text{ C.G.S.}$  In Tab. 77 wurde  $8575 \text{ C.G.S.}$  gefunden. Der Unterschied erklärt sich hinreichend durch eine kleine Verschiedenheit der Stromstärke.

Eisenamalgam in einem kleinen flachen Trog aus  $0,16 \text{ mm}$  dickem Deckglas wurde zwischen den  $24 \text{ cm}$  breiten Polflächen des Berliner Electromagnets in einem Magnetfeld von  $12000 \text{ C.G.S.}$  zu einer Curve von  $3,790 \text{ mm}$  Höhe gehoben, wie Fig. 18 zeigt.

Heidelberg, im Januar 1885.

1) C. Sondhauss, Pogg. Ann. Ergbd. 8. p. 266. 1878.

### III. Ueber die Theorie und Gestalt neu beobachteter Interferenzcurven; von O. Lummer.

(Hierzu Taf. IX Fig. 1–12.)

Sowohl die von Brewster<sup>1)</sup> als auch die von Jamin<sup>2)</sup> mittelst zweier planparalleler Glasplatten erzeugten geradlinigen Interferenzstreifen verschwinden bei einer merklichen Grösse des Neigungswinkels der Platten, insofern der Streifenabstand umgekehrt proportional ist diesem Winkel. Eine mögliche Gestaltsänderung der Interferenzlinien kann demnach nur durch Variation des Einfallswinkels der Strahlen erzielt werden und in der That hat Ketteler<sup>3)</sup> berechnet und beobachtet, dass die Jamin'schen Streifen bei einem Einfallswinkel von ca.  $45^\circ$  sich in elliptische Curven verwandeln. Die von mir im Folgenden mitgetheilten Erscheinungen werden auch wie die eben erwähnten mittelst zweier planparalleler Glasplatten erzeugt; während sie aber bei jedem beliebigen Neigungswinkel der Platten auftreten, ändert sich bei der einen von ihnen mit der Variation des Plattenwinkels auch noch die Gestalt der Interferenzcurven in der mannichfaltigsten Weise, sodass bald Kreise, Ellipsen, gerade Linien und Systeme von Hyperbeln entstehen.

Erste Erscheinung. In Fig. 1 seien  $P_1$  und  $P_2$  zwei aus einem Stück geschnittene planparallele Platten,  $S$  eine ausgedehnte schwachleuchtende Natriumflamme,  $A$  das Auge des Beobachters. Es möge Auge und Lichtquelle stets so gestellt werden, dass die Strecke  $ab$  eines Strahles  $SabA$  senkrecht auf der Halbirungslinie  $mm$  des Neigungswinkels  $2\varphi$  der Platten stehe, und zwar laufe dieser besondere Strahl, den wir den „symmetrischen Strahl“ nennen wollen, parallel der optischen Axe des Auges. Diese Bedingungen sind von selbst erfüllt, wenn wir an Stelle von  $P_1$  einen ebenen Spiegel in die Halbirungsebene der Platten bringen und mittelst

1) Brewster, Edinb. Trans. 7. 1817.

2) Jamin, Ann. de chim. et de phys. (3) 52. p. 163 ff. 1857.

3) Ketteler, Farbenzerstreuung der Gase. Bonn 1865.

eines Augenspiegels Licht so auf  $P_2$  dirigiren, dass es vom Spiegel nach  $P_2$  reflectirt, durch das Augenspiegelloch in das Auge gelangt. In der That erhalten wir in beiden Fällen ganz dieselben Erscheinungen, deren Verlauf bei Beibehaltung zweier Platten sich wie folgt gestaltet.

Bei kleinem Neigungswinkel ( $2\varphi$ ) der Platten erblickt das auf unendlich accommodirte Auge ein System concentrischer Ringe (Fig. 2), deren gemeinsames Centrum auf der optischen Axe des Auges zu liegen scheint. Sind diese Ringe anfangs kaum von vollständigen Kreisen zu unterscheiden, so gehen sie bei grösser werdendem  $\varphi$  allmählich in Ellipsen (Fig. 3) über, deren grosse Axen horizontal liegen, vorausgesetzt, dass die Schnittlinie der Platten vertical ist. Das Verhältniss der Axen ist erst bei  $2\varphi = \text{ca. } 90^\circ$  gleich 2 und nimmt von da an mit wachsendem  $\varphi$  sehr schnell zu. Bei langsamem Bewegen einer der Platten ziehen sich die Kreise resp. die Ellipsen scheinbar nach dem gemeinsamen Centrum zusammen, um in demselben zu verschwinden oder scheinen aus demselben hervorzquellen, jenachdem der Neigungswinkel  $2\varphi$  zu- oder abnimmt. Das Centrum ist somit bald hell, bald dunkel.

Bei  $2\varphi = \text{ca. } 98^\circ$  sind die Ellipsen übergegangen in gerade horizontale Linien (Fig. 4), welche einander nahe parallel laufen. Aber auch diese Gestalt der Interferenzcurven ist eine nur vorübergehende.

Die Parallelität der Streifen verschwindet sehr bald und die Streifen selbst nehmen eine hyperbolische Gestalt an, die um so ausgeprägter ist, je mehr  $\varphi$  wächst. Die Asymptoten der concentrischen Hyperbelschar ( $a, a$  Fig. 5) deren reelle Axen vertical stehen, bilden also einen immer kleineren Winkel miteinander. Gleichzeitig aber entwickeln sich in dem zwischen den Asymptoten entstehenden leeren Raum neue Interferenzcurven, und zwar eine zweite Schar concentrischer Hyperbeln ( $b, b$  Fig. 5), deren Asymptoten mit denen der ersten Schar zusammenfallen, und deren reelle Axen somit horizontal liegen. Bei dem Winkel  $2\varphi = \text{ca. } 114^\circ$  stehen die Asymptoten aufeinander senkrecht, und die Hyperbeln beider Scharen sind gleichseitig und einander gleich (Fig. 6). Von



da an nähern sich die Asymptoten immer mehr der Verticalen, sodass das Hyperbelsystem gemäss Fig. 7 aussieht, wenn  $2\varphi$  nahe  $180^\circ$  beträgt. Uebrigens gehören die Asymptoten selbst zum System der isochromatischen Curven und sind bald hell, bald dunkel. Interessant ist das Wandern der Hyperbeln. Wird  $\varphi$  langsam verändert, so eilen die Hyperbeln der einen Schar den Asymptoten zu, die der anderen von ihnen fort oder umgekehrt. Sich entsprechende Hyperbeln einer Schar nähern sich also, vereinigen sich zu den Asymptoten, um als Hyperbeln der zweiten Schar einander zu fliehen.

**Zweite Erscheinung.** An die Stelle der Natriumflamme  $S$  denken wir uns jetzt eine Gasflamme, an Stelle des Auges  $A$  ein auf unendlich eingestelltes Fernrohr gesetzt. Ist der Verlauf der Lichtstrahlen wie bei der vorigen Erscheinung näher beschrieben, so erblickt man im Fernrohr bei jedem Neigungswinkel der Platten scharfe Interferenzstreifen, welche einander und der Durchschnittslinie der Platten parallel laufen und symmetrisch zu einem weissen Centralstreifen gefärbt sind. Ist hier die Gestalt der Streifen für jeden Werth von  $\varphi$  dieselbe, so ändert sich der Streifenabstand mit  $\varphi$ , und zwar ist er ein Maximum sowohl für sehr kleine als sehr grosse  $\varphi$ , ein Minimum bei  $\varphi = \text{ca. } 49^\circ$ . Gerade bei dieser Erscheinung ist die Anwendung nur einer Platte und eines Spiegels sehr empfehlenswerth.

Da bei beiden beschriebenen Erscheinungen der Verlauf der Strahlen bei beliebigem  $\varphi$  ganz derselbe ist, so müssen auch stets beide Erscheinungen zu gleicher Zeit sichtbar sein. In der That findet man, dass der Centralstreifen der zweiten Erscheinung stets durch den Mittelpunkt der jeweilig auftretenden Curven der ersten Erscheinung geht. Man erkennt dies leicht, wenn man mittelst geeigneter Natriumflamme z. B. die Doppelhyperbeln erzeugt, dann eine hinter der Natriumflamme aufgestellte Gaslampe langsam mit immer grösserer Intensität leuchten lässt. In diesem Falle kommen alle sichtbaren Streifen noch zwischen die beiden Scheitel

der ersten Hyperbel der zweiten Schar zu liegen. Dass nur Theile der Kreise, Ellipsen oder Hyperbeln und die Streifen höchstens mittelst homogenen Lichtes auftreten, falls der symmetrische Strahl nicht ins Auge gelangt, braucht wohl kaum erwähnt zu werden. Wir gehen daher über zur Theorie der beschriebenen Interferenzlinien.

Theorie. Sehen wir von mehrfachen Reflexionen ab, so theilt sich ein beliebiger Strahl  $Sa$  (Fig. 8) gemäss der Reflexion an den Vorder- und Hinterflächen der Glasplatten  $P_2$  und  $P_1$  in die vier cohärenten Strahlen 1, 2, 3, 4. Dies geschieht mit jedem von  $S$  ausgehenden Strahle. Somit kommen vier cohärente Lichtbündel in das Auge. Da durch das Experiment bewiesen werden kann, dass alle 4 Flächen der Platten zugleich zu den Erscheinungen beitragen, so können es nur Strahlenpaare wie 1 und 4, 2 und 3, 2 und 4 sein, welche dieselben bilden. Die beiden letzten Paare können nie den Gangunterschied Null haben, also auch nicht Interferenzen bei weissem Lichte erzeugen. Für die zweite Erscheinung bleibt demnach nur das Strahlenpaar 1 und 4 übrig, dessen Strahlen bei beliebigem  $\varphi$  in der That nur durch ein Fernrohr zur Interferenz zu bringen sind. Dass 2 und 4 aber nicht die erste Erscheinung bilden, erhellt daraus, dass letztere stets mit blossem Auge gesehen werden kann.

Um die monochromatischen Linien der Strahlen 2 und 3 zu finden, müssen wir die Phasendifferenz derselben aufsuchen. Dabei werden wir im wesentlichen denselben Weg einschlagen, welchen Ketteler<sup>1)</sup> gewählt hat, um die Phasendifferenz und die Gestalt der am Jamin'schen Interferenzapparat auftretenden Interferenzen zu bestimmen.

Es sei  $Sa$  (Fig. 8) ein beliebiger auf  $P_1$  auffallender Strahl. Seine Einfall-, resp. Spiegelungs- und Brechungsebene, welche nicht mit der Lothebene der Platten zusammenfalle, schneide die Vorderflächen der letzteren längs  $ac$  und  $fg$ , deren Verlängerungen den Winkel  $\psi$  miteinander bilden mögen. Dieser Winkel  $\psi$  ist dann verschieden von

1) Ketteler, Farbenzerstreuung der Gase. Bonn 1865.

dem Neigungswinkel  $2\varphi$  der Platten. Die von  $f$  und  $g$  weiter gehenden Strahlen treten daher heraus aus der Einfallsebene, d. h. der Ebene der Zeichnung. Dennoch läuft der bei  $d$  aus dem Inneren der Platte  $P_2$  kommende Strahl 2 parallel dem bei  $f$  direct reflectirten Strahle 3. Füllen wir demnach von  $d$  ein Loth auf  $f3$ , welches denselben in  $k$  treffe, so wird die Phasendifferenz der Strahlen 2 und 3, wenn  $n$  den Brechungsexponenten des Glases,  $d$  die Dicke der Platten und  $e_1, b_1$ , resp.  $e_2, b_2$  Einfalls- und Brechungswinkel an  $P_1$ , resp.  $P_2$  bedeuten:

$$\Delta = 2n(ab + eg) + go - (af + fh),$$

$$\Delta = 2n\left(\frac{d}{\cos b_1} + \frac{d}{\cos b_2}\right) - ah - fh,$$

wo  $ah = af - gc = \frac{ac \cdot \sin \psi}{\sin(90 - e_2)} = \frac{2d \operatorname{tg} b_1 \sin \psi}{\cos(\varphi - e_1)}$  ist.

Um  $fh$  in bekannten Grössen auszudrücken, sei in Fig. 9 die Ebene der Zeichnung Vorderfläche von  $P_2$ , welche von den Einfalls-, resp. Brechungsebenen der bei  $f$  und  $g$  auf sie auftreffenden Strahlen längs der parallelen Geraden  $fl$  und  $gm$  geschnitten werde. Bei  $d$  trete der Strahl 2 aus, bei  $f$  werde Strahl 3 reflectirt. Es ist dann Ebene  $2dm$  parallel der Ebene  $3fl$  und  $\angle 2dm = \angle 3fl = 90 - e_2$ . Füllen wir daher von  $d$  ein Loth ( $dn$ ) auf  $fl$ , errichten in  $n$  eine Senkrechte, welche Strahl  $f3$  im Punkte  $k$  treffe, so ist  $fh$  die gesuchte Grösse, und zwar gilt, wenn noch  $of \parallel dn$  und  $\angle dgf = \gamma$  ist:

$$fh = fn \cdot \sin e_2 = (gd - fg \cdot \cos \gamma) \sin e_2,$$

$$fh = \left(2d \operatorname{tg} b_2 - \frac{2d \operatorname{tg} b_1 \cos e_1}{\cos(\varphi - e_1)} \cos \gamma\right) \sin e_2.$$

Darin ist  $\gamma$  derjenige Winkel, welchen die Einfallsebene der Strahlen an der ersten Platte bildet mit derjenigen an der zweiten Platte, gemessen zwischen den Schnittlinien dieser Ebenen mit der Vorderfläche von  $P_2$ . Wir finden diesen Winkel folgendermassen:

Es sei die Lothebene  $bag$  Horizontalebene einer Kugel mit dem Centrum  $g$  und dem Radius  $go$  (Fig. 10). Das Loth  $ba$  stehe senkrecht auf  $gom$ , der Ebene der ersten

Platte, das Loth  $bg$  senkrecht auf  $gon$ , Ebene von  $P_2$ . Ein beliebiger Strahl  $sg$  bildet dann mit  $bg$  den Winkel  $e_2$ , mit  $ag$  den Winkel  $e_1$ . Ebene  $sag$  schneidet  $P_2$  längs  $gf$ . Ebene  $bsg$  schneidet  $P_2$  längs  $ge$ , und  $gf$  liegt oberhalb der Lothebene,  $ge$  unterhalb. Daraus geht hervor, dass  $\angle fge$  der gesuchte  $\angle \gamma$  ist. Aus dem bei  $e$  rechtwinkligen Dreieck  $sfe$  folgt nach einem bekannten Satz der sphärischen Trigonometrie:

$$\cos(sf) = \cos(fe) \cdot \cos(se),$$

d. h. da  $\angle cgf = \psi$ , während  $\angle ngm = \angle agb = 2\varphi$  und  $\angle bge = 90^\circ = \angle agh$  ist:

$$\cos(90 - \psi + e_1) = \cos \gamma \cdot \cos(90 - e_2),$$

und somit:

$$\cos \gamma = \frac{\sin(\psi - e_1)}{\sin e_2}.$$

Diesen Werth eingesetzt in den Ausdruck für  $fk$ , erhalten wir schliesslich:

$$fk = 2d \cdot \operatorname{tg} b_2 \cdot \sin e_2 - \frac{2d \operatorname{tg} b_1 \cos e_1 \sin(\psi - e_1)}{\cos(\psi - e_1)}$$

und mit Hülfe dessen:

$$\begin{aligned} \Delta &= 2d \left( \frac{n}{\cos b_1} + \frac{n}{\cos b_2} \right) - \frac{2d \operatorname{tg} b_1 \sin \psi}{\cos(\psi - e_1)} - 2d \operatorname{tg} b_2 \sin e_2 \\ &\quad + \frac{2d \operatorname{tg} b_1 \cos e_1 \sin(\psi - e_1)}{\cos(\psi - e_1)}, \\ \Delta &= \frac{2d}{\cos b_2} (n - \sin b_2 \sin e_2) \\ &\quad + \frac{2d}{\cos b_1} \left( n - \frac{\sin b_1 \sin \psi - \sin b_1 \cos e_1 \sin(\psi - e_1)}{\cos(\psi - e_1)} \right). \end{aligned}$$

Wenn wir  $\sin(\psi - e_1)$ ,  $\cos(\psi - e_1)$  auflösen und

$$n = \frac{\sin e_1}{\sin b_1} = \frac{\sin e_2}{\sin b_2}$$

eingeführen, geht der letzte Ausdruck über in:

$$(I) \quad \Delta_{2,3} = 2d (\sqrt{n^2 - \sin^2 e_1} + \sqrt{n^2 - \sin^2 e_2}).$$

Ehe wir diese Gleichung weiter verfolgen, um aus ihr die isochromatischen Curven herzuleiten, gehen wir über zur Berechnung der Phasendifferenz des die zweite Erscheinung bildenden Strahlenpaares 1 und 4 (Fig. 8). Auf ähnlichem Wege wie soeben angewendet, gelangt man zu dem ebenso

einfachen Resultate, dass ein unter dem Winkel  $e_1$  auf  $P_1$  auftreffender Strahl sich in 2 unter dem Winkel  $e_2$  von  $P_2$  fortgehende parallele Strahlen 1 und 4 zerlegt, deren Phasenunterschied:

$$(II) \quad \Delta_{14} = 2d(\sqrt{n^2 - \sin^2 e_1} + \sqrt{n^2 - \sin^2 e_2})$$

ist, falls  $d$  die Dicke und  $n$  den Brechungsexponenten der Platten bedeutet. Es ist dies ganz derselbe Werth wie der von Ketteler für die am Jamin'schen Interferentialrefractor zur Interferenz kommenden Strahlen berechnete. Von ihm unterscheidet sich der oben für  $\Delta_{23}$  berechnete Ausdruck nur dadurch, dass das Pluszeichen an Stelle des Minuszeichens steht. Wenden wir daher auch auf Gleichung (I) das von Ketteler zuerst auf Gleichung (II) angewendete Verfahren an, die Beziehung zwischen den Winkeln  $e_1$  und  $e_2$  (Fig. 10) aufzusuchen, in die Gleichung (I) einzusetzen und letztere als Polargleichung der in eine Hohlkugel gezeichneten Curven zu betrachten, so kommen wir merkwürdigerweise auf ganz dieselbe Gleichung, in welcher nur die Constante einen anderen Werth und Bedeutung hat.

Sei  $hg$  (Fig. 10) die Mittellinie der Lothe  $ag$  und  $bg$ , sodass  $\angle bgh = \angle agh = \varphi$  ist, und bezeichnet man  $\angle sgh$  mit  $\varrho$ , die Flächenwinkel  $sha$  und  $shb$  mit  $\delta$  und  $\delta'$  dann ist es leicht, die Winkel  $e_1$  und  $e_2$  durch die Winkel  $\delta$ ,  $\varrho$  und  $\varphi$  auszudrücken. Aus den Dreiecken  $sah$  und  $sbh$  folgt nämlich, da  $\delta' = 180 - \delta$  ist:

$$\cos e_1 = \cos \varrho \cos \varphi + \sin \varrho \sin \varphi \cos \delta,$$

$$\cos e_2 = \cos \varrho \cos \varphi - \sin \varrho \sin \varphi \cos \delta.$$

Bezeichnen wir in den Gleichungen (I) und (II) den Quotienten  $\Delta_{23}/2d$  mit  $C_1$  und  $\Delta_{14}/2d$  mit  $C_2$ , setzen obestehende Werthe für  $e_1$  und  $e_2$  ein, so erhalten wir die Gleichungen:

$$(I) \quad \begin{cases} \sqrt{n^2 - 1 + (\cos \varrho \cos \varphi + \sin \varrho \sin \varphi \cos \delta)^2} \\ + \sqrt{n^2 - 1 + (\cos \varrho \cos \varphi - \sin \varrho \sin \varphi \cos \delta)^2} = C_1, \end{cases}$$

$$(II) \quad \begin{cases} \sqrt{n^2 - 1 + (\cos \varrho \cos \varphi + \sin \varrho \sin \varphi \cos \delta)^2} \\ - \sqrt{n^2 - 1 + (\cos \varrho \cos \varphi - \sin \varrho \sin \varphi \cos \delta)^2} = C_2, \end{cases}$$

welche nach zweimaliger Quadrirung auf beiden Seiten und gehöriger Reduction in die eine Gleichung übergehen:

$$(A) \quad \left\{ \begin{aligned} &\sin^4 \rho \sin^2 2\varphi \cos^2 \delta - \sin^2 \rho (k^2 \cos^2 \varphi \\ &+ (4 \cos^2 \varphi - k^2) \cos^2 \delta \sin^2 \varphi) + k^2 (n^2 - \sin^2 \varphi - \frac{k^2}{4}) = 0; \end{aligned} \right.$$

wo  $k$  gleich  $C_1$  oder  $C_2$ , je nachdem wir Gleichung (A) als die der Interferenzcurven der ersten oder zweiten Erscheinung betrachten. In unserem Falle, wo die Winkel  $e_1$  und  $e_2$  für alle interferirenden Strahlenpaare fast nahe einander gleich, dürfen wir  $\sin^4 \rho$  gegen  $\sin^2 \rho$  vernachlässigen. Da der Coëfficient von  $\sin^4 \rho$  und  $\sin^2 \rho$  von derselben Grössenordnung, so können wir das mit  $\sin^4 \rho$  multiplicirte Glied fortlassen und erhalten:

$$(B) \quad \left\{ \begin{aligned} &\sin^2 \rho (k^2 \cos^2 \varphi + (4 \cos^2 \varphi - k^2) \cos^2 \delta \sin^2 \varphi) \\ &= k^2 (n^2 - \sin^2 \varphi - \frac{k^2}{4}). \end{aligned} \right.$$

Während Gleichung (A) die Interferenzcurven auf der ganzen Kugeloberfläche darstellt, gibt uns Gleichung (B) nur die Gestalt des rings um  $s$  gelegenen Theiles der Curven an. Dieser Theil ist es aber gerade, welcher vom symmetrischen und den ihm benachbarten Strahlen gebildet wird. Es müssen sich somit aus der Gleichung (B) alle von uns oben beschriebenen Curven herleiten lassen.

Wir betrachten zuerst den einfacheren Fall, dass:

$$k = C_2 = \frac{A_{12}}{2d} = \sqrt{n^2 - \sin^2 e_1} - \sqrt{n^2 - \sin^2 e_2}$$

ist. Diese Gleichung für  $C$  lehrt, dass dasselbe Null wird, wenn  $e_1 = e_2$  ist. Alle mit den beiden Platten gleiche Winkel einschliessenden Strahlenpaare bilden also eine Curve, deren Gleichung aus (B) hervorgeht, wenn in letzterer  $k = C_2 = 0$  gesetzt wird. Es geht dadurch (B) über in:

$$(D) \quad \sin \rho \sin 2\varphi \cos \delta = 0.$$

Sehen wir von den Grenzwerten  $\varphi = 0$  und  $\varphi = \frac{1}{2}\pi$  ab, so so genügt der Gleichung (D) sowohl  $\rho = 0$  als  $\delta = \frac{1}{2}\pi$ ; die der Phasendifferenz 0 entsprechende Curve ist also die durch  $s$  gehende Verticallinie. Dass sich die der Phasendifferenz  $C \neq 0$  entsprechenden Curven der Nullcurve anschmiegen, braucht



kaum erwähnt zu werden; wir erhalten also bei jedem Winkel  $\varphi$  ein verticales, resp. ein auf der Lothebene wagrecht stehendes Streifensystem.

Von Interesse, besonders in experimenteller Beziehung, ist der Abstand der Streifen voneinander. Allgemein ist der Winkelabstand eines Streifens, gemessen längs der Lothebene, bestimmt durch:

$$\sin^2 \varrho = \frac{C^2 \left( n^2 - \sin^2 \varphi - \frac{C^2}{4} \right)}{C^2 \cos 2\varphi + \sin^2 2\varphi},$$

wo  $2d \cdot C$  die diesem Streifen zukommende Phasendifferenz bedeutet. Wie aus der Phasendifferenzgleichung hervorgeht, ist nun für den  $p$ ten dunklen Streifen rechts oder links vom Nullstreifen:

$$A_{14} = \pm \frac{(2p-1)\lambda}{2} \text{ und } C_p = \pm \frac{2p-1}{4d} \lambda;$$

der Distanzwinkel ( $\varrho_p$ ) des einen also wie des anderen:

$$\sin \varrho_p = \varrho_p = \frac{\frac{2p-1}{4d} \lambda \sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi - \left( \frac{2p-1}{16d} \lambda \right)^2}}{\sqrt{\left( \frac{2p-1}{4d} \lambda \right)^2 \cos 2\varphi + \sin^2 2\varphi}},$$

woraus folgt, dass entsprechende Minima gleichweit vom Centralstreifen entfernt liegen. Entwickeln wir die Wurzelgrößen nach aufsteigenden Potenzen von  $\lambda$ , vernachlässigen die zweiten und höheren Potenzen, so wird:

$$\sin \varrho_p = \varrho_p = \frac{(2p-1) \lambda \sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi}}{4d \sin 2\varphi}.$$

In Worten heisst das, die Streifen sind äquidistant, und der Abstand zweier benachbarter Streifen ist umgekehrt proportional der Dicke der Platten, dagegen direct proportional der Wellenlänge und der Grösse  $\sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi} / \sin 2\varphi$ , welche für  $\varphi = \text{ca. } 49^\circ$  ein Minimum erreicht. Die Streifen, welche symmetrisch zum Centralstreifen gefärbt sind, haben sowohl bei sehr kleinem wie sehr grossem Neigungswinkel den grössten Abstand voneinander.

Noch auf einem anderen Wege gelangt man zu ganz demselben Resultate. Für die in der Lothebene verlaufenden Strahlen gilt:  $2\varphi = e_1 + e_2$ , demnach wird  $A_{14}/2d = C = 0$

für  $e_1 = e_2 = \varphi$ , d. h. der symmetrische Strahl bildet mit beiden Platten gerade den Winkel  $\varphi$ . Für zwei zu beiden Seiten des symmetrischen Strahles verlaufende und den gleichen Winkel  $\varrho$  mit demselben einschliessende Strahlen werden daher die Einfallswinkel bez.:

$$e_1 = \varphi \pm \varrho \text{ und } e_2 = \varphi \pm \varrho.$$

Die Phasendifferenz beider Strahlen aber wird ihrem absoluten Werthe nach einander gleich, und zwar:

$$|A_{14}| = 2d(\sqrt{n^2 - \sin^2(\varphi + \varrho)} - \sqrt{n^2 - \sin^2(\varphi - \varrho)}).$$

Für den Centralstreifen ist  $A_{14} = 0$ , für den  $p$ . dunkeln Streifen demnach  $A_{14} = (2p - 1)\lambda/2$ , der Winkelabstand ( $\varrho_p$ ) dieses Streifens von der Mitte bestimmt sich demnach aus der Gleichung:

$$\frac{2p-1}{4d} \lambda = \sqrt{n^2 - \sin^2(\varphi + \varrho_p)} - \sqrt{n^2 - \sin^2(\varphi - \varrho_p)}.$$

Setzen wir darin  $\sin \varrho_p = \varrho_p$ ,  $\cos \varrho_p = 1$ , entwickeln die Wurzeln wieder nach aufsteigenden Potenzen von  $\varrho_p$ , von denen wir die zweiten und höheren weglassen, so erhalten wir:

$$\varrho_p = \frac{(2p-1)\lambda \sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi}}{4d \sin 2\varphi};$$

also, da die Streifen äquidistant sind, wird der Abstand irgend zweier benachbarter Streifen:

$$(E) \quad \varrho = \frac{\lambda \sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi}}{2d \sin 2\varphi}.$$

Diese Formel gestattet uns  $\varrho$  zu berechnen, sobald  $n$ ,  $d$ ,  $\lambda$  und  $\varphi$  gegeben. Sind die drei ersten Grössen leicht zu bestimmen, so finden wir  $\varphi$  zugleich bei der experimentellen Bestimmung von  $\varrho$ . Denn beobachten wir die Streifen mittelst eines in der Lothebene der Platten drehbaren auf unendlich eingestellten Fernrohrs eines Spectrometers, stellen den Fadenkreuzschnittpunkt einmal auf den  $p$ ten Streifen rechts, dann auf den  $p$ ten links vom Centralstreifen ein, so gibt uns die Differenz jeder der Einstellungen und der Senkrechthaltung des Fernrohrs zur Platte bezüglich:  $\varphi + \varrho_p$  und  $\varphi - \varrho_p$ . Die Summe beider Werthe ist  $2\varphi$ , die Differenz derselben aber  $2\varrho_p$ , der Winkelabstand der  $p$ . homologen Minima voneinander. Infolge der Äquidistanz der Streifen

ist  $2\varrho_p/(2p-1)$  der Abstand  $\varrho$  zweier benachbarter Streifen. Folgende Tabelle enthält die an einem Spiegel und einer Platte angestellten Messungen, für welche  $n=1,53$  und  $d=4,02$  gefunden war.

Tabelle I.

$p$	$\varphi + \varepsilon$	$\varphi - \varepsilon$	$\varphi$	$2\varepsilon_p$	$\frac{2\varepsilon_p}{2p-1}$
1	5° 54' 20"	5° 56' 10"	5° 55' 15	1' 50"	1' 50,00"
2	5 52 30	5 58 10	5 55 20	5 40	1 53,33
3	5 50 50	6 — —	5 55 25	9 10	1 50,00
4	5 48 50	6 2 10	5 55 30	13 20	1 54,28
5	5 47 —	6 4 —	5 55 30	17 —	1 53,33
6	5 45 —	6 6 —	5 55 30	21 —	1 54,54
7	5 43 10	6 8 —	5 55 35	24 50	1 54,50
8	5 41 20	6 9 50	5 55 35	28 30	1 54,00
9	5 39 30	6 11 40	5 55 35	32 10	1 53,53
10	5 37 50	6 13 30	5 55 40	35 40	1 52,63
11	5 35 40	6 15 20	5 55 30	39 40	1 53,33
12	5 33 50	6 17 10	5 55 30	43 20	1 53,04
13	5 32 —	6 19 —	5 55 30	47 —	1 53,02
Mittelw.	—	—	5 55 29,6	—	1 53,80

Benutzen wir diesen Mittelwerth von  $\varphi$ , um aus der Formel (E) den Werth  $\varrho$  zu berechnen, so erhalten wir,  $\lambda = 589,2 \mu\mu$  gesetzt,  $\varrho = 1' 54,08''$ , welcher Werth von dem beobachteten nur um  $1,06''$  abweicht. Ähnliche an anderen Platten und bei sehr grossem Neigungswinkel derselben angestellte Messungen ergaben oft noch kleinere Differenzen.

Bei sehr kleinem Winkel  $\varphi$  kann man den Spiegel, welcher die zweite Platte ersetzt, zugleich auch als Augenspiegel gebrauchen; der Verlauf der Strahlen ist dann, wie ihn Fig. 11 andeutet, wo bei  $m$  die Belegung fortgenommen ist. In diesem Falle ist erlaubt,  $\sin \varphi = \varphi$  und  $\cos \varphi = 1$  zu setzen, wodurch Formel (E) übergeht in:

$$\varrho = \frac{n\lambda}{2d\varphi},$$

welche genau dieselbe ist, wie die für die Distanz der Brewster'schen Streifen bestehende Formel. In der That ist also unsere Erscheinung II nur die für jeden beliebigen

Neigungswinkel der Platten übertragene Brewster'sche Erscheinung.

Wir gehen über zur Betrachtung des complicirteren Falles, dass  $k = C_1$  ist.

Die Phasendifferenzgleichung:

$$C_1 = \frac{4m}{2d} = \sqrt{n^2 - \sin^2 e_1} + \sqrt{n^2 - \sin^2 e_2}$$

lässt erkennen, dass  $C_1$  niemals gleich Null wird. Während in dem Falle  $k = C_2$  es möglich ist, eine Anschauung der Interferenzcurven auf der ganzen Oberfläche der Kugel zu geben, dadurch nämlich, dass für  $k = 0$  die Gleichung (A) vierten Grades in eine solche ersten Grades übergeht, müssen wir in dem bisher noch nicht behandelten Falle, wo  $k = C_1$  also stets grösser als Null ist, auf eine solche analoge Darstellung der Curven auf der ganzen Kugeloberfläche verzichten. Um die von uns mitgetheilten Erscheinungen zu erklären, bedürfen wir aber auch gar nicht der Gleichung (A) vierten Grades, denn wie früher gezeigt, werden dieselben von den rings um den symmetrischen Strahl verlaufenden Strahlen gebildet und darum vollkommen repräsentirt durch die Gleichung:

$$\sin^2 \varphi \left( C_1^2 \cos^2 \varphi + (4 \cos^2 \varphi - C_1^2) \cos^2 \delta \sin^2 \varphi \right) = C_1^2 \left( n^2 - \sin^2 \varphi - \frac{C_1^2}{4} \right).$$

Diese Gleichung wollen wir noch weiter transformiren. Wegen der Entfernung der Lichtquelle vom Auge und der Kleinheit der Pupille ist das zu gleicher Zeit zu übersehende Stück der Kugeloberfläche als Ebene zu betrachten. Die Gestalt der Curven auf der Kugel um  $s$  wird unwesentlich abweichen von der ihrer Projection auf die im Punkte  $s$  an die Kugel gelegte Tangentialebene. Es ist dann:

$$\varrho^2 \left( C_1^2 \cos^2 \varphi + (4 \cos^2 \varphi - C_1^2) \cos^2 \delta \sin^2 \varphi \right) = C_1^2 \left( n^2 - \sin^2 \varphi - \frac{C_1^2}{4} \right)$$

die Polargleichung dieser Projectionscurven, worin  $\varrho$  den Radiusvector,  $\delta$  den Polarwinkel und  $s$  den Pol bedeutet. Jetzt führen wir noch statt der Polarcordinaten  $(\varrho, \delta)$  rechtwinklige Coordinaten ein, indem wir  $s$  zum Coordinatenanfang,

die durch  $s$  gehende auf der Lothebene senkrecht stehende Gerade zur  $y$ -Axe und Linie  $bsa$  zur  $x$ -Axe machen, dann gilt:

und unsere Gleichung wird:

$$x^2 [C_1^2 \cos^2 \varphi + (4 \cos^2 \varphi - C_1^2 \cos^2 \delta \sin^2 \varphi)]$$

$$+ y^2 \cdot C_1^2 \cos^2 \varphi = C_1^2 \left( n^2 - \sin^2 \varphi - \frac{C_1^2}{4} \right)$$

oder einfach:

$$(1) \quad \alpha x^2 + \beta y^2 = C_1^2 \cdot z,$$

wenn ist:  $\alpha = C_1^2 \cos^2 \varphi + (4 \cos^2 \varphi - C_1^2) \cos^2 \delta \sin^2 \varphi$ ;

$$\beta = C_1^2 \cdot \cos^2 \varphi; \quad z = \left( n^2 - \sin^2 \varphi - \frac{C_1^2}{4} \right).$$

Bei der Discussion der Gl. (1) wird unsere Hauptaufgabe die sein, zu untersuchen, welches die Vorzeichen von  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $z$  für die verschiedenen Werthe von  $\varphi$  sind. Fangen wir mit  $z$  an. Für  $x = 0$  und  $y = 0$  ist:

$$C_1^2 z = 0.$$

Da  $C_1 > 0$ , so wird dieser Bedingung nur genügt durch:  $z = 0$ , d. h. bei jedem Werthe von  $\varphi$  ist im Koordinatenanfang  $z = 0$  oder:  $C_1^2 = 4(n^2 - \sin^2 \varphi)$ .

In der That wird der Anfangspunkt  $s$  von Strahlen gebildet, für welche  $e_1 = e_2 = \varphi$  gilt, deren Phasendifferenz also wird:  $A_{23} = 4d\sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi}$ , woraus  $C_1^2 = (A_{23}/2d)^2 = 4(n^2 - \sin^2 \varphi)$  folgt.

Für  $x = 0$  wird die Gleichung (1) nach  $C_1^2$  aufgelöst:  $C_1^2 = 4(n^2 - \sin^2 \varphi) - 4y^2 \cos^2 \varphi$ ; daraus geht hervor, dass in Punkten der  $y$ -Axe  $C_1$  stets kleiner als im Koordinatenanfang und daher  $z$  für alle Winkel  $\varphi$  positiv ist.

Ferner aber sagt uns die Gleichung:

$$C_1^2 = 4(n^2 - \sin^2 \varphi) - 4y^2 \cos^2 \varphi$$

noch aus, dass in einem ganz bestimmten Punkte der  $y$ -Axe  $C_1$  oder was dasselbe ist die Phasendifferenz abnimmt mit wachsendem Winkel  $\varphi$  und umgekehrt. Denn während für  $\varphi = 0$  wird:  $C_1 = 4(n^2 - y^2)$ , so für  $\varphi = \pi/2$  dagegen  $C_1 = 4(n^2 - 1)$ , also grösser denn für  $\varphi = 0$ , da ja  $y$  eigentlich gleich  $\sin \varphi \sin \delta$ , d. h. stets kleiner als Eins gesetzt werden muss. Dass diese Betrachtung, die für die Wanderung der Streifen wichtig ist, richtig, lehrt die Gleichung vierten Grades.

Setzen wir in derselben  $\delta = \frac{1}{2}\pi$ , so wird:  $C_1^2 = 4(n^2 - \sin^2 \varphi) - 4 \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi$ . In einem Punkte des Vertikalkreises, dessen Projection ja die  $y$ -Axe ist, gilt also:

$$\text{für } \varphi = 0 \text{ ist } C_1^2 = 4(n^2 - \sin^2 \varphi),$$

$$\text{für } \varphi = \frac{1}{2}\pi \text{ ist } C_1^2 = 4(n^2 - 1).$$

Um die Werthe von  $C_1$  in Punkten der  $x$ -Axe für verschiedene Werthe von  $\varphi$  zu finden, hätten wir entweder in der Gl. (1) zu setzen:  $y = 0$  oder in der allgemeinen Gl. (A):  $\delta = 0$ . In beiden Fällen erhalten wir eine Gleichung vierten Grades für  $C_1$ . Zur Erreichung unseres Zweckes schlagen wir deshalb folgenden Weg ein:

Alle in der  $x$ -Axe gelegenen Punkte der isochromatischen Curven werden von in der Lothebene der Platten verlaufenden Strahlen gebildet, für welche allein gilt:

$$e_1 + e_2 = 2\varphi.$$

Die Phasendifferenz in einem um  $\varphi = \pm \varepsilon$  vom Coordinatenanfang entfernt liegenden Punkte (die diese Punkte bildenden Strahlen bilden also mit dem symmetrischen Strahl den Winkel  $\varepsilon$ ) wird sein:

$$A = 2d(\sqrt{n^2 - \sin^2(\varphi + \varepsilon)} + \sqrt{n^2 - \sin^2(\varphi - \varepsilon)}),$$

demnach der gesuchte Werth von  $C_1$  daselbst:

$$C_1 = \sqrt{n^2 - \sin^2(\varphi + \varepsilon)} + \sqrt{n^2 - \sin^2(\varphi - \varepsilon)}.$$

Wir wollen wieder  $\sin \varepsilon = \varepsilon$  aber  $\cos \varepsilon = 1 - (\varepsilon^2/2)$  setzen und nach der Entwicklung der Wurzeln in aufsteigende Potenzen von  $\varepsilon$  erst die dritten und höheren Potenzen fortlassen. Das Resultat dieser langwierigen Operation ist dann:

$$C_1 = 2\sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi} - \varepsilon^2 \frac{[4 \cos 2\varphi (n^2 - \sin^2 \varphi) + \sin^2 2\varphi]}{(\sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi})^3},$$

welches vor allem darthut, dass, wenn der Einfallswinkel ( $\varphi$ ) um  $\varepsilon$  wächst oder abnimmt, sich die Phasendifferenz erst proportional  $\varepsilon^2$  ändert, d. h. die Helligkeit um den Coordinatenanfang ist in ziemlich grosser Ausdehnung eine gleichmässige, wie dies wirklich der Fall ist und unsere Figuren erkennen lassen.

Weiter lässt die Gleichung für  $C_1$  erkennen, dass für einen bestimmten Winkel ( $\varphi_0$ ) das mit  $\varepsilon^2$  multiplicirte Glied



verschwinden muss. Denn es ist bei  $\varphi = 0$   $C_1 = 2\sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi} - (4\varepsilon^2/n)$ , während bei  $\varphi = \frac{1}{2}\pi$  wird:  $C_1 = 2\sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi} + (4\varepsilon^2/n)$ . Damit der Factor von  $\varepsilon^2$  gleich Null wird, muss die Gleichung:

$$4 \cos 2\varphi_0 (n^2 - \sin^2 \varphi_0) + \sin^2 2\varphi_0 = 0$$

erfüllt sein, welche übergeht in folgende:

$$\sin^4 \varphi_0 = 2n^2 \sin^2 \varphi_0 - n^2,$$

aus der sich für  $n = 1,53$  ergibt:  $\varphi_0 = 48^\circ 58,66' = \text{ca. } 49^\circ$ . Für diesen Winkel ist die Phasendifferenz in allen Punkten der  $x$ -Axe gleich  $2\sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi} \cdot 2d$ , für kleinere Winkel  $\varphi$  ist sie kleiner, für grössere Winkel  $\varphi$  dagegen grösser als im Coordinatenanfang. Somit wird  $\varkappa = (n^2 - \sin^2 \varphi - C_1^2/4)$  in Punkten der  $x$ -Axe von  $2\varphi = 0$  bis  $2\varphi = \text{ca. } 98^\circ$  positiv, bei  $2\varphi = 98^\circ$  gleich Null und von da an bis  $2\varphi = 180^\circ$  negativ.

Was die Coefficienten  $\alpha$  und  $\beta$  der Gl. (1) anlangt, so sieht man sofort ein, dass  $\beta = 4C_1^2 \cos^2 \varphi$  stets positiv, welches auch der Werth von  $\varphi$  sei. Nicht so bei:

$$\alpha = 4[C_1^2 \cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi (4 \cos^2 \varphi - C_1^2)];$$

während für  $\varphi = 0$  ist:  $\alpha = 4C_1^2 = \beta$ , so wird  $\alpha = -4C_1^2$  für  $\varphi = \frac{1}{2}\pi$ . Der Coefficient  $\alpha$  geht bei wachsendem  $\varphi$  also vom Positiven durch Null zum Negativen über, sodass bei einem gewissen Winkel  $\varphi = \varphi_0$  die Gleichung:

$$C_1^2 \cos^2 \varphi_0 + \sin^2 \varphi_0 (4 \cos^2 \varphi_0 - C_1^2) = 0$$

erfüllt sein muss. Um daraus den Winkel  $\varphi_0$  bestimmen zu können, wollen wir setzen:  $C_1 = 2\sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi_0}$ ; es verwandelt sich dann obige Gleichung, nach  $\varphi$  aufgelöst, in die folgende:

$$\sin^4 \varphi_0 = 2n^2 \sin^2 \varphi_0 - n^2,$$

die, wie wir früher gesehen, zur Lösung  $\varphi_0 = 48^\circ 58,66' = \text{ca. } 49^\circ$  hat. Uebrigens liess sich dieses Resultat schon aus der Discussion von  $C_1$  voraussehen.

Fassen wir jetzt unsere gewonnenen Resultate zusammen. Die in der Gleichung:

$$\alpha x^2 + \beta y^2 = C_1^2 \cdot x$$

auftretenden Coefficienten  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $x$  sind alle positiv von  $\varphi = 0$  bis  $\varphi = \varphi_0$  sowohl in Punkten der  $x$ - als  $y$ -Axe. Während nun  $\beta$  und in Punkten der  $y$ -Axe auch  $x$  positiv bleiben, wenn  $\varphi$  von  $\varphi_0$  bis  $\frac{1}{2}\pi$  wächst, wird  $\alpha$  für  $\varphi = \varphi_0$

Null und für grössere Werthe von  $\varphi$  negativ; dasselbe gilt von  $x$  in Bezug auf die  $x$ -Axe.

Da innerhalb des Intervalles von  $\varphi = 0$  bis  $\varphi = \varphi_0$  sowohl  $\alpha$ ,  $\beta$  als  $x$  positiv sind, so stellt die Gl (1) allgemein Ellipsen dar, deren Halbaxen  $\xi$  und  $\eta$  längs der  $x$ - und  $y$ -Axe des Coordinatensystems gemessen, sich berechnen zu:

$$\xi = C_1 \sqrt{\frac{x}{\alpha}} \quad \text{und} \quad \eta = C_1 \sqrt{\frac{x}{\beta}},$$

woraus folgt:  $\frac{\xi}{\eta} = \frac{\sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha}}$ .

Wie wir früher erwähnt, ist nur für  $\varphi = 0$  gerade  $\alpha = \beta$ , und zwar gleich  $4C_1^2$ . Beim Plattenwinkel Null sind die Interferenzcurven somit vollständige Kreise, welche dargestellt werden durch die Gleichung:

$$x^2 + y^2 = \frac{4n^2 - C_1^2}{4} = \rho^2,$$

wenn  $\rho$  den Radius eines beliebigen Kreises der Schar bedeutet. Um das Gesetz für die Radien zu finden, müssen wir den Werth von  $C$  kennen, welcher einem bestimmten Kreise entspricht. Für  $\rho_0 = 0$ , d. h. für das Centrum ist  $C^2 = c_0^2 = (\lambda/2d)^2$ , wo  $\lambda$  ein gerades Vielfaches ( $q$ ) von  $\lambda/2$  sein möge. Es ist dann das Centrum hell, und für dasselbe gilt:  $c_0 = (q\lambda/4d) = 2n$ ; für den darauffolgenden ersten Kreis, welcher dunkel, aber:  $c_1 = (q\lambda/4d) - (\lambda/4d)$ , für den zweiten Kreis, welcher hell:  $c_2 = (q\lambda/4d) - (2\lambda/4d)$ , sodass für den  $i$ . dunklen oder hellen Kreis wird:

$$c_i = \frac{q\lambda}{4d} - \frac{i\lambda}{4d} = 2n - \frac{i\lambda}{4d} \quad \text{und somit:}$$

$$\rho_i = \sqrt{n^2 - \frac{c_i^2}{4}} = \sqrt{n^2 - \frac{4n^2 - \frac{4i\lambda n}{4d} + \frac{i^2 \lambda^2}{16d^2}}{4}}.$$

Darin kann  $i^2 \lambda^2 / 16d^2$  wegen der Kleinheit von  $\lambda$  gegen  $i\lambda n/d$  vernachlässigt werden, wodurch  $\rho_i$  die einfache Form annimmt:

$$\rho_i = \sqrt{i \cdot \frac{n\lambda}{4d}}.$$

Diese Formel sagt aus, dass sich die Ringradien verhalten wie die Wurzeln aus den natürlichen Zahlen. Unser Kreis-

system muss daher ganz dasselbe Aussehen haben, wie dasjenige<sup>1)</sup>, welches von den an der Vorder- und Hinterfläche einer planparallelen Platte gespiegelten Strahlen gebildet wird. Für dieses gilt bei derselben Bedeutung der Zeichen:  $\varphi = \sqrt{i(n\lambda/2d)}$ , sodass sich die Radien entsprechender Kreise der beiden Systeme verhalten wie  $1:\sqrt{2}$ . Zur Erläuterung dieses diene folgender Versuch:

Ist der Neigungswinkel  $2\varphi$  der Platten  $P_1$  und  $P_2$  (Fig. 12) klein genug, so kommen bei ausgedehnter Natriumflamme Strahlen ins Auge  $A$  wie  $S_1babC_1$ ,  $S_2cbC_2$  und  $S_3dbdC_3$ , wobei  $S_1a$  senkrecht auf  $P_1$ ,  $bC_3$  senkrecht auf  $P_2$  steht, und  $S_2cbC_2$  ein symmetrischer Strahl ist. Läuft dann letzterer ( $bC_2$ ) parallel der Augenaxe, so wird das auf unendlich eingestellte Auge  $A$  drei Kreissysteme wahrnehmen. Das von  $P_1$  allein erzeugte, dessen Centrum auf  $bC_1$ , ein diesem congruentes von  $P_2$  allein erzeugtes, dessen Centrum längs  $bC_3$  und das von uns oben näher behandelte von  $P_1$  und  $P_2$  zusammen herrührende Ringsystem, dessen Mittelpunkt auf der Augenaxe  $bC_2$  gelegen ist. Da  $\angle C_1bC_2 = \angle C_2bC_3 = \varphi$ , so müssen die gleichweit zu beiden Seiten vom Centrum  $C_2$  abliegenden Mittelpunkte  $C_1$  und  $C_3$  der beiden congruenten Ringsysteme um so näher an  $C_2$  liegen, je kleiner  $\varphi$  ist. Bei  $\varphi = 0$  decken sich letztere zu einem einzigen Ringsystem, welches das kleinere weit lichtschwächere System  $C_2$  ganz dem Blicke entzieht.

Diese drei zugleich auftretenden Ringsysteme werden aber noch von einem System paralleler geradliniger Streifen<sup>2)</sup> durchzogen, welche senkrecht auf der gemeinsamen Centrale der Ringmittelpunkte stehen, und wir unter Erscheinung II näher beschrieben haben.

Dies mag der Grund sein, weswegen das uns interressi-

1) Mascart, Ann. de chim. et de phys. (4) 23. p. 23 ff. 1871. Lummer, Wied. Ann. 23. p. 49 ff. 1884.

2) Die beiden congruenten Ringsysteme, von je einer Platte herrührend, sind schon von Hrn. Mascart beobachtet worden und mit den zugleich auftretenden Streifen in seiner Abhandlung: Sur la théorie de quelques Phénomènes d'interférence, Ann. de chim. et de phys. (4) 23. auf p. 134 1871 abgebildet.

rende Kreissystem  $C_2$  sowohl von Hrn. Mascart als von mir anfangs nicht gesehen wurde. Erst als ich sein Dasein und seinen Ort theoretisch gefunden, konnte ich dasselbe inmitten der drei anderen lichtstärkeren Interferenzsysteme entdecken, und zwar mit Hülfe der Thatsache, dass die Ringe desselben wandern, wenn die Platten langsam bewegt werden. Dies ist nicht der Fall bei den Ringen der congruenten Ringsysteme.

In der That lehren unsere früheren Beobachtungen über die Phasendifferenz, dass, solange  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\kappa$  der Gl. (1) positiv sind, d. h. solange Gl. (1) Kreise oder Ellipsen darstellt, die Phasendifferenz rings um den Coordinatenanfang zu- oder abnimmt, je nachdem  $\varphi$  kleiner oder grösser wird. Da nun im Centrum die Phasendifferenz am grössten, so nimmt bei wachsendem  $\varphi$  das Centrum nach und nach diejenige Phasendifferenz an, welche vorher ausserhalb des Centrums gelegene Punkte hatten, d. h. die Ellipsen ziehen sich nach dem Centrum zusammen. Bei abnehmendem  $\varphi$  ist es umgekehrt.

Dass die aufgestellten Gesetze für die Radien der Ringe des beim Plattenwinkel Null auftretenden Kreissystems auch noch gelten müssen für grössere Werthe von  $\varphi$ , geht aus der numerischen Berechnung des Verhältnisses  $\xi/\eta$  hervor. Es ist nämlich:

$$\frac{\xi}{\eta} = \frac{2 \cos \varphi \sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi}}{\sqrt{4(n^2 - \sin^2 \varphi) \cos 2\varphi + \sin^2 2\varphi}},$$

wenn  $C_1 = 2\sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi}$  gesetzt wird; für verschiedene Werthe von  $\varphi$  erhalten wir daher:

$\varphi = 5^\circ$	$\xi/\eta = 1,0022$
" = 30	" = 1,127
" = 40	" = 1,399
" = 45	" = 1,916
" = 48	" = 3,644.

Sind die Ellipsen bis zum Plattenwinkel  $2\varphi = 60^\circ$  kaum von Kreisen zu unterscheiden, so verhalten sich erst bei  $2\varphi = 90^\circ$  die grossen zu den kleinen Axen wie 2:1. Von da an wächst aber  $\xi/\eta$  äusserst schnell, bis es für  $2\varphi$

= ca.  $98^\circ$  unendlich geworden ist, somit die Ellipsen in gerade horizontale Linien übergegangen sind.

Wir wollen sehen, ob uns auch unsere Curvengleichung (1) von diesen der Lothebene parallel laufenden Linien Aufschluss gibt. Für  $\varphi = \varphi_0$  war  $\alpha = 0$ , sodass unsere Curvengleichung wird:  $\beta y^2 = x \cdot C_1^2$  oder:

$$y = \frac{\sqrt{4(n^2 - \sin^2 \varphi_0) - C_1^2}}{2 \cos \varphi_0},$$

welche der  $x$ -Axe parallele Streifen darstellt; für  $C_1^2 = 4(n^2 - \sin^2 \varphi_0)$  ist  $y = 0$ , d. h. alle Strahlenpaare, welche sich in der  $x$ -Axe schneiden, bringen daselbst dieselbe Helligkeit hervor; die  $x$ -Axe ist demnach zum Streifensystem gehörig, wie wir ja auch schon früher gefunden, dass für  $\varphi = \varphi_0$  die Phasendifferenz in allen Punkten der  $x$ -Axe dieselbe ist.

Um den Abstand des  $p$ ten Streifens zu finden, setzen wir in obige Formel für  $C_1$  den Werth:

$$c_p = \frac{\lambda - \frac{p\lambda}{2}}{2d} = c_0 - \frac{p\lambda}{4d}$$

ein, wo  $c_p$  der Werth von  $C_1$  für den  $p$ ten Streifen und  $C_0$  derjenige für den nullten, d. h. für die  $x$ -Axe ist. Wir erhalten dann:

$$2y_p = \frac{\sqrt{c_0^2 - c_p^2 + \frac{2c_0 p \lambda}{4d} - \left(\frac{p\lambda}{4d}\right)^2}}{\cos \varphi_0}$$

oder: 
$$2y_p = \left( \sqrt{\frac{2p\lambda}{d} (n^2 - \sin^2 \varphi_0)} \right) : \cos \varphi_0,$$

wenn das mit  $\lambda^2$  multiplicirte Glied vernachlässigt wird. Die numerische Berechnung von:

$$2y_1 = \left( \sqrt{\frac{2\lambda}{d} (n^2 - \sin^2 \varphi_0)} \right) : \cos \varphi_0 \text{ liefert: } 2y_1 = 1^\circ 53' 43'';$$

in der That sind die Streifen sehr weit voneinander entfernt.

Sobald  $\varphi > \varphi_0$  wird, ist  $\alpha$  negativ unendlich klein,  $x$  positiv für Punkte der  $y$ -Axe, negativ für Punkte der  $x$ -Axe,  $\beta$  bleibt dagegen positiv, sodass für solche Winkel  $\varphi$  die Gleichung der Interferenzcurven lautet:

$$\beta y^2 - \alpha x^2 = \pm C_1^2 x.$$

Die analytische Geometrie lehrt, dass durch obige Gleichung zwei Scharen concentrischer Hyperbeln mit gemeinschaftlichen Asymptoten dargestellt werden, von denen die reellen Hyperbelaxen der einen Schar längs der  $x$ -Axe, dagegen die der anderen längs der  $y$ -Axe laufen. Auch ergibt die Berechnung der reellen und imaginären Axen beider Scharen für die Asymptoten sowohl der ersten wie der zweiten Schar die nämliche Gleichung:

$$y = \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} \cdot x;$$

Dass die Asymptoten selbst zu den Curven gehören, zeigen wir so.

Da für  $C_1^2 = 2\sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi}$  der Coëfficient  $\alpha = 0$  wird, so bilden alle Strahlenpaare, welche denselben Gangunterschied haben, wie das symmetrische Strahlenpaar, eine Curve, deren Gleichung ist:

$$\beta y^2 - \alpha x^2 = 0, \text{ d. h. } y = \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} \cdot x.$$

Dieselbe ist aber identisch mit der Gleichung der gemeinschaftlichen Asymptoten der Doppelhyperbeln. Somit wissen wir, dass die Hyperbeln der Schar  $(+ \kappa)$ , resp. die Asymptoten, resp. die Hyperbeln der Schar  $(- \kappa)$  von Strahlenpaaren gebildet werden, deren Gangunterschiede grösser, resp. gleich, resp. kleiner als  $4d\sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi}$  sind. Je nachdem letztere Grösse ein gerades oder ungerades Vielfaches von  $\frac{1}{2}\lambda$  ist, werden die Asymptoten hell oder dunkel sein.

Mittelst der Asymptotengleichung nun sind wir im Stande, uns eine Vorstellung von der Gestalt der Hyperbeln bei den verschiedenen Werthen von  $\varphi > \varphi_0$  zu verschaffen, indem wir den Winkel  $\zeta$  numerisch berechnen, welchen die Asymptoten mit der  $x$ -Axe einschliessen. Die Tangente dieses Winkels ist ja:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \zeta &= \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} = \sqrt{\frac{C_1^2 \cos 2\varphi + \sin^2 2\varphi}{C_1^2 \cos^2 \varphi}} \\ \text{oder für } C_1^2 &= 4(n^2 - \sin^2 \varphi) \text{ gesetzt:} \\ \operatorname{tg} \zeta &= \frac{\sqrt{[(n^2 - \sin^2 \varphi) \cos 2\varphi + \sin^2 2\varphi]}}{\sqrt{(n^2 - \sin^2 \varphi) \cos^2 \varphi}}. \end{aligned}$$

Für  $\varphi = \varphi_0 = 48^\circ 58,66'$  ist  $\alpha = 0$  und somit auch  $\zeta = 0$ ; die Asymptoten fallen mit der  $x$ -Axe zusammen, und die



Hyperbelscharen lösen sich auf in zur  $x$ -Axe parallele Linien, wie es sein muss. Für  $\varphi = 49^\circ 30'$  wird  $\zeta$  schon  $11^\circ 41,5'$  und für  $\varphi = 50^\circ$  wird  $\zeta = 15^\circ 50,66'$ . Während  $\varphi$  von  $\varphi_0$  kaum um  $\frac{1}{2}^\circ$  zunimmt, wächst  $\zeta$  von 0 bis ca.  $12^\circ$ ; die Verwandlung der geraden Streifen in deutliche Doppelhyperbeln geht also äusserst schnell vor sich. Wir wollen berechnen, bei welchem Neigungswinkel die Asymptoten aufeinander senkrecht stehen. Es tritt dies ein, wenn  $\operatorname{tg} \zeta = 1$  geworden. Beachten wir, dass  $\varphi$  mindestens grösser als  $\varphi_0$  sein muss, so wird  $\operatorname{tg} \zeta = 1$  bei einem Winkel  $\varphi$ , der sich ergibt aus der Gleichung:

$$\beta = -\alpha$$

oder:

$$(n^2 - \sin^2 \varphi) \cos^3 \varphi = -((n^2 - \sin^2 \varphi) \cos 2\varphi + \sin^2 2\varphi).$$

Diese Gleichung wird erfüllt, wenn:

$$\sin^2 \varphi = \frac{3n^2 + 1}{4} \pm \frac{1}{4} \sqrt{9n^4 - 10n^2 + 1},$$

d. h. wenn  $\varphi = 57^\circ 42'$  ist. Also bei einem Plattenwinkel  $2\varphi = 115^\circ 24'$  sind die Hyperbeln beider Scharen gleichseitige Hyperbeln und die vier Zweige derselben einander congruent. Um den Abstand des Scheitels der 1. Hyperbel einer Schar vom Mittelpunkt zu finden, müssen wir in der Gleichung der gleichseitigen Hyperbelscharen:

$$y^2 - x^2 = \pm \frac{C_1^2 \cdot x}{4 C_1^2 \cos^3 \varphi} = \pm \frac{C_1^2 [4(n^2 - \sin^2 \varphi) - C_1^2]}{4 C_1^2 \cos^3 \varphi}$$

entweder setzen  $x = 0$  und  $C_1 = c_p = (A_0 - \frac{1}{2}\lambda) : 2d$  oder  $y = 0$  und  $C_1 = c_p = (A + \frac{1}{2}\lambda / 2d)$ , wo  $A_0 = 4d\sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi}$  ist. In beiden Fällen bekommen wir für den Scheitelabstand denselben Werth:

$$\frac{\lambda \sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi}}{4d \cos^3 \varphi} = 41' 31''$$

für  $\varphi = 57^\circ$ , sodass die Helligkeit innerhalb eines um den Mittelpunkt als Centrum mit dem Radius von  $41'$  beschriebenen Kreises nahe die gleiche ist.

Bei noch grösseren Plattenwinkeln verschwinden die gleichseitigen Hyperbeln wieder, indem der Winkel  $\zeta$  grösser als  $45^\circ$  wird. Die Asymptoten nähern sich mehr und mehr der Verticalen, und das Hyperbelsystem erhält das Aussehen

der Fig. 7. So ist  $\zeta = 60^\circ$  für  $2\varphi = 129^\circ 50'$ . Bei dem freilich idealen Grenzfall  $2\varphi = 180^\circ$  ergibt unsere Curven-gleichung:  $x = \text{const.}$ , also der  $y$ -Axe parallele Streifen, denen sich unsere Hyperbeln bei streifender Incidenz der Lichtstrahlen in der That nähern.

Es bleibt uns jetzt noch übrig, das eigenthümliche und reizend aussehende Wandern der Hyperbeln bei langsamer Drehung einer Platte zu erklären. Sobald die Doppelhyperbeln auftreten, ist im Mittelpunkt nicht mehr das Maximum der Phasendifferenz, sondern letztere nimmt stetig zu, wenn man von grossen Werthen von  $y$  übergeht zum Koordinatenanfang und von da längs der  $x$ -Axe zu immer grösseren Werthen von  $x$ . Während aber, wie früher bei den Ellipsen gezeigt, ganz dieselbe Beziehung bestehen bleibt, dass sowohl in einem bestimmten Punkte der  $y$ - wie  $x$ -Axe die Phasendifferenz mit wachsendem  $\varphi$  abnimmt und umgekehrt. Bei einer Vergrösserung von  $\varphi$  erhalten also näher dem Mittelpunkte gelegene Punkte der  $y$ -Axe diejenige Phasendifferenz, welche vorher entfernter gelegene hatten, dagegen umgekehrt entferntere Punkte der  $x$ -Axe erhalten die Phasendifferenz, welche vorher näher gelegenen Punkten zukam. Daraus erklärt sich von selbst das oben beschriebene Wandern der Hyperbeln der einen Schar nach dem Mittelpunkt zu, während die der anderen Schar von ihm fortritten und umgekehrt, je nach der Drehung der Platten.

Somit hätten wir durch die Theorie alle von uns mitgetheilten Beobachtungen bestätigt gefunden, wenigstens was den Verlauf der Erscheinungen und die Gestalt der Interferenzcurven anbetrifft. Leider ist wegen der Lichtschwäche der Natriumflamme<sup>1)</sup> den theoretisch abgeleiteten Resultaten für die Abstände der Streifen oder der Hyperbelscheitel etc. experimentell nicht beizukommen, und wo es gilt, Plattenwinkel zu messen, wie bei den gleichseitigen Hyperbeln, ist

1) Eine schwach leuchtende Natriumflamme ist nöthig, da der Gangunterschied in unserem Falle für  $\varphi = 0$  ca. 40030 und für  $\varphi = \pi/2$  ca. 34748 Wellenlängen beträgt.

die Beurtheilung, ob die Asymptoten gerade senkrecht aufeinander stehen, so verschieden, dass eine genauere experimentelle Bestimmung des Plattenwinkels ungeeignet wäre. Rohere Messungen bestätigen die Theorie in letzterem Falle aber vollkommen. Uebrigens sind trotz der schwach leuchtenden Natriumflamme alle behandelten Interferenzcurven leicht von einem fernsichtigen Auge zu beobachten.

Berlin, Physikal. Inst., im Januar 1885.

#### IV. *Untersuchungen über die optischen Eigenschaften von fein vertheilten Körpern;* *von C. Christiansen.*

Zweite Mittheilung.

In meiner letzten Abhandlung habe ich gezeigt, dass Mischungen von Pulvern und Flüssigkeiten unter gewissen Umständen sich wie optisch homogene Körper verhalten. Ich habe auch angegeben, dass Brewster etwas Aehnliches bei seiner Untersuchung über Tabascheer<sup>1)</sup>, bemerkt habe. Es gibt noch zwei andere Körper, Hydrophan und Kienruss, die sich in derselben Weise verhalten. Das eigenthümliche Verhalten dieser drei Körper werde ich in dem Folgenden etwas ausführlicher beschreiben.

I. Tabascheer. — Eine dünne, durch Schleifen erhaltene Platte des reinsten Tabascheers ist durchsichtig, obgleich die Flächen matt sind; eine eigentliche Politur nimmt sie nicht an. Wird diese Platte ein wenig angefeuchtet, so wird sie weiss wie Kalk und völlig undurchsichtig, lässt man dagegen die Platte längere Zeit im Wasser liegen, so steigen Luftbläschen auf, und die Platte wird durchsichtig wie eine Glasplatte. Andere Stücke sind sowohl in der Luft als auch im Wasser weiss und undurchsichtig, werden aber ganz durchsichtig, wenn sie in Buchenöl gebracht werden. Brewster schliesst daraus, dass das Brechungsverhältniss

1) Brewster, Phil. Trans. 1819. p. 283.

des Tabascheers gleich dem des Buchenöles ist, nach den Angaben seiner Optik also ungefähr gleich 1,5.

Brewster bestimmte an einem Prisma von Tabascher das Brechungsverhältniss sowohl von trockenem Tabascheer als auch, wenn es mit Wasser, Buchenöl oder Cassiaöl getränkt war. Die Resultate dieser Untersuchung finden sich in der mit  $N$  bezeichneten Columne, unter  $n$  ist das Brechungsverhältniss der Flüssigkeit, nach Brewster's Angaben in seiner Optik, beigefügt.

	$n$	$N$	$N'$
Luft . . . . .	1,000	1,11—1,15	1,15
Wasser . . . . .	1,333	1,401	1,38
Buchenöl . . . . .	1,500	1,500	1,50
Cassiaöl . . . . .	1,641	1,642	1,60

Brewster gibt ausserdem an, dass ein Stück Tabascheer, dass im trockenen Zustand ein Gewicht von 1,23 g hatte, wenn es von Wasser durchdrungen war, 2,54 g wog, im Wasser aber war sein Gewicht 0,72 g. Demnach ist, wenn das Volumen des Tabascheers gleich Eins gesetzt wird, das Volumen der Kieselsäure  $v_1 = 0,3$ , das übrige  $v_2 = 0,7$  ist von Luft gefüllt. Nennen wir nun das Brechungsverhältniss der Kieselsäure  $n_1$ , das der Flüssigkeit, resp. Luft  $n$ , so haben wir:

$$N = 0,3 \cdot n_1 + 0,7 \cdot n,$$

oder wenn man  $n_1 = 1,5$  setzt:

$$N = 0,7 n + 0,45.$$

Die Werthe von  $N$ , die man auf diese Weise erhält, sind in obiger Tabelle unter  $N'$  angeführt. Die Werthe von  $N$  und  $N'$  stimmen im ganzen recht wohl mit einander, nur für Cassiaöl ist eine auffallende Differenz zwischen  $N$  und  $N'$ .

Durch die Güte der Hrn. Steeg und Reuter in Hamburg, denen ich dafür den besten Dank sage, habe ich ein Stück Tabascheer erhalten können. Es stimmte in seinen Eigenschaften ganz mit Brewster's Beschreibung überein, sein specifisches Gewicht war auch 2,17, und 71% seines Volumens waren mit Luft gefüllt. Ich verfertigte davon ein kleines Prisma, brachte es in Cassiaöl in einem parallel-

epipedischen Glaskasten. Die Ablenkung des Lichtes durch das Prisma und die umgebende Flüssigkeit zeigte, dass Brewster sich bei der Bestimmung des Brechungsverhältnisses des mit Cassiaöl getränkten Tabascheers geirrt haben musste; die Ablenkung war nämlich entschieden kleiner als im Cassiaöl selbst.

II. Kienruss. — Man hat oft Gelegenheit, zu bemerken, dass eine Platte, die kurze Zeit über eine Kerzenflamme gehalten wird, Ringe zeigt, die den Newton'schen Ringen ähnlich sind. Diese Ringe sind von Rosicky<sup>1)</sup> untersucht worden. Er fand das Brechungsverhältniss des Lichtes gleich 1,03, ungefähr 98% des Volumens waren mit Luft gefüllt, und dadurch findet man das Brechungsverhältniss des Russes selbst beinahe gleich dem des Diamanten. Kienruss und Tabascheer sind mit Rücksicht auf ihre optischen Eigenschaften analog, trotzdem der Kienruss fast undurchsichtig ist.

III. Hydrophan. — Das Mineral Hydrophan hat seinen Namen von der Eigenschaft, dass es, in Wasser gebracht, durchsichtig wird. Es besteht ebenso wie Tabascheer aus Kieselsäure und ist dem Tabascheer in optischer Hinsicht daher sehr ähnlich, der Hydrophan ist indess viel härter als der Tabascheer und lässt sich leicht schleifen, eigentliche Politur nimmt er dagegen nicht an, wohl weil er sehr porös ist.

Hr. Prof. Johnstrup war so freundlich, mir ein sehr schönes Stück Hydrophan zur Verfügung zu stellen. Wird Hydrophan in Wasser gebracht, so steigen viele kleine Luftbläschen auf, und er wird nach einiger Zeit durchsichtig. Dasselbe findet mit Anwendung von Petroleum und Benzol statt; in diesen Flüssigkeiten sieht der Hydrophan ganz wie klarer Bernstein aus, in Wasser dagegen ist er noch etwas weisslich. In Schwefelkohlenstoff ist er wieder weniger durchsichtig und lässt am besten rothes Licht hindurch.

Aus diesem Stücke wurde ein kleines Prisma geschliffen, dessen brechender Winkel  $44^{\circ} 30'$  betrug. Es wurde in einem Glaskasten mit parallelen Wänden, der mit einer der oben-

1) Rosicky, Wien. Ber. 78. p. 407. 1878.

genannten Flüssigkeiten gefüllt war, gebracht. Es war nun leicht, das Brechungsverhältniss des mit einer Flüssigkeit benetzten Hydrophans zu finden. Das Resultat dieser Messungen sowohl als das Brechungsverhältniss der angewandten Flüssigkeiten, die in derselben Weise unter Anwendung eines kleinen Glasprismas gemessen werden, finden sich in der folgenden Tabelle.

	Hydrophan			Flüssigkeit		
	C	D	F	C	D	F
Schwefelkohlenstoff .	1,5258	1,5301	1,5441	1,6174	1,6268	1,6515
Benzol . . . . .	1,4768	1,4794	1,4873	1,4968	1,5016	1,5137
Petroleum . . . . .	1,4586	1,4612	1,4676	1,4467	1,4494	1,4558
Wasser . . . . .	"	1,4127	"	1,3314	1,3333	1,3374

Aus den Versuchen mit Benzol berechnet sich das Brechungsverhältniss von Hydrophan, und man findet, da 40% des Volumens mit Luft gefüllt sind:

$$C \ 1,4635, \quad D \ 1,4647, \quad F \ 1,4697.$$

Aus diesen Werthen und aus den gemessenen Werthen der Brechungsverhältnisse von Schwefelkohlenstoff, Petroleum und Wasser berechnet sich das Brechungsverhältniss des mit diesen Flüssigkeiten benetzten Hydrophans. Man findet:

	C	D	F
Schwefelkohlenstoff	1,5251	1,5295	1,5424
Petroleum . . . . .	1,4568	1,4586	1,4641
Wasser . . . . .	"	1,4122	"

Für Petroleum stimmen die berechneten Werthe nicht mit den direct gefundenen, was wahrscheinlich daher rührt, dass Petroleum eine Mischung ist, deren Bestandtheile nicht mit derselben Leichtigkeit in Hydrophan eindringen.

Ich habe in der ersten Mittheilung über die optischen Eigenschaften fein vertheilter Körper gezeigt, dass sehr feine Pulver das Lichtbrechungsvermögen einer Flüssigkeit etwas verändern, wenn beide nahezu dasselben Brechungsverhältniss haben, diese eigenthümliche Lichtbrechung werde ich Pulverrefraction nennen. Ist das Volumen des Pulvers  $v_1$ , dass



der Flüssigkeit  $v_2$  und die entsprechenden Brechungsverhältnisse  $n_1$  und  $n_2$ , dann wird:

$$(v_1 + v_2) N = v_1 n_1 + v_2 n_2,$$

wenn  $N$  das Brechungsverhältniss der Mischung ist. Aendert man die Zusammensetzung der Flüssigkeit ein wenig, so hat man:

$$(v_1 + v_2) N' = v_1 n_1' + v_2 n_2',$$

und diese beiden Gleichungen geben:

$$n_1 = \frac{N + N'}{2} - \frac{N - N'}{2} \frac{n_2 + n_2' - N - N'}{n_2 - n_2' - N + N'}.$$

Um die Anwendung dieser Methode zu prüfen, habe ich zwei verschiedene Pulver untersucht. Zuerst wurde ein Glasprisma genommen, das Brechungsverhältniss in gewöhnlicher Weise gemessen, dann wurde das Prisma pulverisirt und auf Pulverrefraction untersucht. Ich bildete dann zuerst eine monochromatische Mischung von Benzol und Schwefelkohlenstoff mit Glaspulver, welche nur Licht durchliess, dessen Wellenlänge ungefähr gleich die der  $C$ -Linie war, maass das Brechungsverhältniss  $n_2$  der Flüssigkeit und das der Mischung  $N$ , setzte dann ein wenig Benzol oder Schwefelkohlenstoff hinzu und wiederholte die Messungen, welche die Werthe  $n_2'$  und  $N'$  ergaben. Demnächst wurde für die Linien  $D$  und  $F$  dasselbe Verfahren gebraucht. Die Resultate finden sich in den folgenden zwei Tabellen.

### I. Crownglas. Erste Versuchsreihe.

	Flüssigkeit $A$ $n_2$	Mischung von $A$ und Pulver $N$	Flüssigkeit $B$ $n_2'$	Mischung von $B$ und Pulver $N'$	$n_1$
$C$	1,5295	1,5278	1,5242	1,5247	1,5254
$D$	1,5267	1,5276	1,5304	1,5296	1,5286
$F$	1,5376	1,5366	1,5317	1,5330	1,5351

### II. Zweite Versuchsreihe.

	Flüssigkeit $A$ $n_2$	Mischung von $A$ und Pulver $N$	Flüssigkeit $B$ $n_2'$	Mischung von $B$ und Pulver $N'$	$n_1$
$C$	1,5247	1,5254	1,5325	1,5300	1,5264
$D$	1,5251	1,5267	1,5311	1,5301	1,5288
$F$	1,5320	1,5330	1,5381	1,5369	1,5348

In beiden Tabellen sind unter  $n_1$  die mittelst obiger Formel berechneten Brechungsverhältnisse angeführt, sie stimmen recht gut mit einander und mit den aus Messungen am Prisma gefundenen Werthen überein.

	Aus I	Aus II	Mittel	Direct gemessen
<i>C</i>	1,5254	1,5264	1,5259	1,5264
<i>D</i>	1,5286	1,5288	1,5287	1,5286
<i>F</i>	1,5351	1,5348	1,5350	1,5351

Ich gebe noch die Resultate von Versuchen mit Chlornatrium; sie sind in der folgenden Tabelle enthalten und werden ohne weiteres verständlich sein.

#### Chlornatrium.

	$n_2$	$N$	$n_2'$	$N'$	$n_1$	Nach Powell	Nach Stefan
<i>C</i>	1,5393	1,5403	1,5421	1,5415	1,5411	1,5415	1,5404
<i>D</i>	1,5460	1,5452	1,5437	1,5445	1,5448	1,5448	1,5441
<i>F</i>	1,5545	1,5543	1,5529	1,5535	1,5541	1,5541	1,5531

Mit größeren Pulvern verfährt man leichter in der folgenden Weise, die aber nicht so genau ist. Wenn man in der oft beschriebenen Art ein monochromatisches Präparat hergestellt hat, nimmt man zwei verschiedene Farben wahr. Die eine rührt von dem Lichte her, welches ohne Brechung durch die Flüssigkeit geht, die andere von allen den anderen Farben, ist folglich eine Mischung, und beide Farben sind complementär. Der Kürze halber werde ich die erste Farbe die monochrome, die letzte die heterochrome nennen. Diese Farben sind fast dieselben, wie die, welche man erhält, wenn eine senkrecht zur Axe geschnittene Quarzplatte zwischen zwei Nicols gebracht wird. Dreht man eines der Nicols um  $90^\circ$ , so geht die Farbe von der monochrome in die heterochrome über oder umgekehrt.

Wie mit Anwendung der Quarzplatte erhält man auch hier eine Uebergangsfarbe — teinte sensible —, und ich habe deren zwei beobachtet, die eine ist die gewöhnliche, und sie entsteht, wenn man etwas grünes Licht wegnimmt und die

übrigen Farben mischt, die andere entsteht, wenn etwas blaues Licht weggenommen wird, seine Farbe ist schmutzig gelb. Ich stellte nun Mischungen dar, welche eine dieser Uebergangsfarben zeigten, und bestimmte die zugehörigen Wellenlängen. Für die erstgenannte Farbe, die rothviolett ist, fand ich die Wellenlänge 0,000 530 mm, für die zweite 0,000 460 mm, für das entsprechende das „monochrome“ Licht. Die Brechungsindices bezeichne ich mit  $v_1$  und  $v_2$  für diese zwei Stellen im Spectrum. Sie werden in der folgenden Weise bestimmt.

Man nehme z. B. etwas Glaspulver, bringe es in eine Mischung von Schwefelkohlenstoff und Benzol und ändere die Zusammensetzung der Mischung, bis das heterochrome Licht die erste Uebergangsfarbe zeigt, das monochrome Licht ist dann grün, und das Brechungsverhältniss der Flüssigkeit und das des Pulvers sind gleich und dasselbe ist die oben mit  $v_1$  bezeichnete Grösse. Jetzt bestimmt man in gewöhnlicher Weise das Brechungsverhältniss der Flüssigkeit, es sei mit  $v_1$  bezeichnet, und berechnet daraus mittelst der Cauchy'schen Dispersionsformel oder durch Interpolation das Brechungsverhältniss  $v_1$  für die Wellenlänge 0,000 530.

Mit Flintglaspulver fand ich:

	$n_1$	$n_2$
C	1,5788	1,5711
D	1,5869	1,5789
F	1,6077	1,5991

wo  $n_2$  das Brechungsverhältniss der Mischung ist, mit welcher das Pulver die zweite Uebergangsfarbe zeigt. Hieraus findet man wieder:

$$v_1 = 1,5970, \quad v_2 = 1,6068.$$

Dasselbe Flintglas wurde auch in gewöhnlicher Weise untersucht, und ich erhielt dadurch die folgenden Brechungsverhältnisse:

$$C \ 1,5880 \quad D \ 1,5923 \quad F \ 1,6027$$

Und dadurch findet man leicht:

$$v_1 = 1,5978, \quad v_2 = 1,6069.$$

Mit fast gleichem Erfolg habe ich mehrere Pulver untersucht, namentlich Chlornatrium, Bromkalium und Barium-

nitrat, nur bei dem letztgenannten Stoffe fand ich Resultate, die weniger gut mit den direct gefundenen stimmten.

Man kann natürlich auch diese Methode zu optischen Untersuchungen über faserige Körper anwenden, und ich habe namentlich die Doppelbrechung von Asbest und Gaishaar (schöne, weisse Haare, wie sie zu künstlichen Bärten verwendet werden) in dieser Weise gemessen. Die Resultate sind in der folgenden Tabelle enthalten.

Schwingungen	parallel zu den Fasern		senkrecht zu den Fasern	
	mm	mm	mm	mm
Wellenlänge . . .	0,00053	0,00046	0,00053	0,00046
Asbest . . . . .	1,6375	1,6430	1,6235	1,6262
Gaishaare . . . .	1,5675	1,5761	1,5557	1,5637

Copenhagen, Januar 1885.

### V. Ueber das Wild'sche Photometer; von W. Möller.

Auf p. 266 dieses Bandes der Annalen habe ich eine Vereinfachung des Wild'schen Photometers beschrieben, welche es namentlich für technische Zwecke geeignet gemacht haben dürfte. Dabei wurde bemerkt, dass auch das Photometer in seiner ursprünglichen Form einer genaueren Untersuchung unterworfen worden sei. Die Ergebnisse dieser Untersuchung sollen im Folgenden kurz mitgetheilt werden, und zwar im unmittelbaren Anschluss an die entsprechenden Abhandlungen des Hrn. Wild.<sup>1)</sup>

#### § 1. Am Photometer vorgenommene Aenderungen.

Im Laufe der Untersuchung erwies es sich als zweckmässig, dass am Apparate verschiedene Abänderungen angebracht wurden, vornehmlich mit Rücksicht auf die Justirung. Es wurde zunächst das Fadenkreuz im Polariskop innerhalb

1) Wild, Pogg. Ann. 118. p. 193. 1863. Bull. de l'acad. imp. des sciences de St. Pétersb. 11. p. 729 etc. 1863.

geringer Grenzen verschiebbar gemacht, um es nach Einstellung des Fernrohrs auf unendliche Entfernung genau in den Brennpunkt des Objectivs zu bringen. Ferner wurde die Savart'sche Doppelplatte justirbar gemacht; zu dem Behufe wurde derjenige Theil des Fernrohrs, in dem sie sich befindet, durch ein weiteres Rohr ersetzt und in dasselbe zwei diametral gegenüberliegende, ungefähr  $90^\circ$  fassende Schlitzte eingeschnitten, innerhalb deren Metallstifte, welche in die Kapsel des Plattenpaares eingeschraubt wurden, eine genügende Drehung derselben gestatteten. Um die inneren Theile des Polariskops vor Staub zu schützen, waren die Schlitzte von einem beweglichen, mit Oeffnungen für die Metallstifte versehenen Ringe überdeckt. Ein anderer Uebelstand am Photometer bestand darin, dass der drehbare Polarisator nicht genügend justirt werden konnte. Um nun diese unumgänglich nothwendige Bedingung leicht und in aller Schärfe ausführen zu können, wurde der Ständer, an dem sich der Polarisator nebst Theilkreis befindet, von dem T-förmigen Lineal getrennt und vermittelt vier an den Ecken eines Rechtecks befindlichen Schrauben an einen neuen Ständer befestigt, derart, dass sich im Mittelpunkt des fraglichen Rechtecks zwischen beiden Metallsäulen in leichten Höhlungen eine Metallkugel befand, die bei einseitigem Anziehen, resp. Lösen der Schrauben eine Verschiebung des beweglichen Ständers und somit des Polarisators nach allen Richtungen gestattete, ausgenommen in der zur Photometeraxe senkrechten Ebene.

#### § 2. Justirung des Photometers.

Wegen der am Apparate vorgenommenen Aenderungen empfahl es sich, die Justirung desselben in folgender Weise auszuführen.

a) Polariskop (ohne Savart'sche Doppelplatte). Zunächst wurde das Polariskop justirt, d. h. das Fernrohr auf unendliche Entfernung gestellt, das Fadenkreuz in den Brennpunkt des Objectivs gebracht und centriert, und schliesslich das Nicol parallel einer der Schwingungsebenen des in seiner Stellung durch einen Stift fixirten Rhomboëders ge-

stellt. Letzteres wurde folgendermassen ausgeführt. Nach Entfernung der Ocularlinse wurde das Photometer auf eine beleuchtete Fläche gerichtet; man erblickte alsdann im allgemeinen zwei Bilder im Gesichtsfeld, von denen das eine verschwand, sobald das Nicol einer der Schwingungsebenen des Rhomboëders parallel gestellt wurde. Letzteres konnte um so genauer ausgeführt werden, je vollkommener das eine der beiden Bilder schon vorher durch Drehen des Polarisators zum Verschwinden gebracht worden war. In dieser Lage wurde dann das Nicol mit dem Polariskop fest verbunden und die Stellung des letzteren zu den übrigen Theilen des Apparates durch Marken bezeichnet.

b) *Polarisator.* Behufs Justirung des Polarisators wurde das Rhomboëder beseitigt und das Ocularrohr mit dem Nicol durch ein Gauss'sches Ocular ersetzt. Mit Hülfe der am Polarisator und am Ständer desselben befindlichen Correctionsschrauben wurde dann seine Vorderfläche durch Beobachten des reflectirten Fadenkreuzes so gestellt, dass sie bei den Drehungen des Polarisators stets senkrecht zur Axe des Photometers blieb, was bei Hrn. Wild exact nicht möglich war. So umständlich auch diese Justirung zu sein scheint, liess sie sich doch mit einiger Uebung sehr rasch und natürlich in aller Schärfe ausführen.

c) *Rhomboëder.* Aehnlich wie der Polarisator wurde auch das Rhomboëder justirt. Da dieses jedoch nicht gedreht zu werden brauchte, so kam es hier nur darauf an, dasselbe, oder richtiger dessen Vorderfläche, senkrecht zur Sehlinie zu stellen. Dieses wurde auf dieselbe Weise wie beim Polarisator mit Hülfe der seitwärts befindlichen Schrauben erreicht. Freilich wurde hierdurch die frühere Justirung des analysirenden Nicols gefährdet, weil dieses seiner Schwingungsebene parallel gedreht worden war; da sich jedoch das Rhomboëder nach Herausnahme aus dem Apparate vermöge eines Leitstiftes immer wieder in dieselbe Stellung einlegte, so war die hierdurch eingetretene Verletzung in der Justirung des analysirenden Nicols nur sehr gering und konnte nöthigenfalls noch durch Drehen des letzteren vollständig beseitigt werden.



d) Savart'sche Doppelplatte. Hierauf wurde die Krystallplatte ins Polariskop eingesetzt und so gut wie möglich centrirt. Um sie der Theorie gemäss unter  $45^\circ$  zum Hauptschnitt des Rhomboëders zu stellen, stand kein besseres Mittel zur Verfügung, als sie so weit zu drehen, bis die im Gesichtsfeld erschienenen Interferenzfransen ein Maximum der Deutlichkeit erreicht hatten. Die Senkrechtstellung der Doppelplatte zur Sehlinie erfolgte dann ebenso wie beim Polarisator und Rhomboëder.

Schliesslich war noch das Fernrohr mit Doppelplatte und analysirendem Nicol auf diejenige Stelle zu richten, an welcher die beiden, vom Rhomboëder erzeugten, senkrecht zu einander polarisirten Lichtbündel zusammenfielen. Zu dem Zwecke wurde das Ocularrohr mit dem Nicol durch ein anderes ersetzt, das sich auf die Ebene der beiden durchs Rhomboëder erzeugten Bilder von der Berührungslinie der inneren Prismen einstellen liess; das Fernrohr wurde dann soweit verschoben, bis sie zu beiden Seiten des Gesichtsfeldes symmetrisch erschienen. Wenn jedoch durch diese Verschiebung die vorher sorgfältig ausgeführte Justirung des Polarisators und Rhomboëders nicht in Frage gestellt werden sollte, so musste der Schieber am Polariskop vom Mechaniker so exact gearbeitet sein, dass bei einer Verschiebung die Richtung des Fernrohrs nicht geändert wurde.

Hiermit war die Justirung des Apparates beendet.

#### § 4. Die Beobachtungsmethode und die Beobachtungen selbst.

Die Gleichung, welche das Intensitätsverhältniss der beiden zu vergleichenden Lichtquellen angibt, lautet bekanntlich:

$$\frac{J}{J_1} = C \cdot \operatorname{tg}^2 v,$$

worin  $v$  der Winkel ist, welchen die Schwingungsebene des Polarisators mit dem Rhomboëderhauptschnitt bildet, und  $C$  eine Constante des Photometers ist. Diese Constante wurde durch Beobachtung bestimmt, und zwar aus später einleuchtenden Gründen mit Fortlassung des Prismenapparates. Wie die obige Gleichung zeigt, wird für:

$$J = J_1, \text{ also } C = \frac{1}{\operatorname{tg}^2 v}.$$

Zur Bestimmung von  $C$  hat man also nur den Winkel  $v$  bei zwei gleich intensiven Lichtquellen zu beobachten; zu dem Zwecke richtet man am besten den Apparat auf eine gleichmässig beleuchtete Fläche. Ich war leider nicht in der Lage, nach dem Vorschlage des Hrn. Wild im Freien gegen einen grossen, weissen Schirm zu beobachten; ich sah mich daher nach einer anderen gleichmässig beleuchteten Fläche um und fand eine solche in einer von ihrem Mittelpunkt aus durch einen Argand'schen Brenner beleuchteten Milchglaskuppel.

Der Winkel  $v$  wurde folgendermassen gefunden: Es wurde in den 4 Quadranten des Polarisators auf Verschwinden der Interferenzstreifen im ganzen Gesichtsfeld eingestellt und die daselbst gemachten Ablesungen in der Weise benutzt, dass zunächst behufs Elimination von Fehlern, welche von etwaiger mangelhafter Construction des Polarisators herrührten, aus je zwei in gegenüberliegenden Quadranten gewonnenen Beobachtungen die arithmetischen Mittel genommen wurden; das Mittel aus diesen ergab dann die Lage des Rhomboëderhauptschnittes oder der dazu senkrechten Ebene; welcher von beiden Ebenen, liess sich nicht ohne weiteres angeben. Es war infolge dessen auch noch zweifelhaft, ob der Winkel zwischen einer der beiden Beobachtungen und ihrem Mittel der Winkel  $v$  oder dessen Complementwinkel war. Diese Frage wurde mit Hilfe folgender Ueberlegung entschieden:

Wäre  $C = 1$ , so würde für den Fall, dass die beiden zu vergleichenden Lichtintensitäten gleich seien,  $v = 45^\circ$  sein. Da nun aber  $C$  etwas von 1 verschieden ist, so hat man nur zu bestimmen, ob  $C >$  oder  $< 1$  ist, oder, was auf dasselbe hinauskommt, ob  $v <$  oder  $> 45^\circ$  ist. Letzteres lässt sich aber leicht experimentell entscheiden. Zu dem Zwecke stelle man den Polarisator unter  $45^\circ$  zum Hauptschnitt des Rhomboëders, was sich immer mit einer für den vorliegenden Zweck genügenden Genauigkeit ausführen lässt, und orientire sich über die Stellung des Rhomboëderhauptschnittes zur Schwin-

gungsebene des Polarisators. Es lässt sich dann aus dem Sinne, in welchem der letztere bis zum Verschwinden der Fransen gedreht werden muss, die obige Frage beantworten. Muss nämlich der Polarisator auf den Hauptschnitt des Rhomboëders zu gedreht werden, so wird der Winkel zwischen ihnen verkleinert, also  $v < 45^\circ$ ; muss er dagegen vom Hauptschnitt weg gedreht werden, so ist  $v > 45^\circ$ . Dieser Versuch ergab  $v < 45^\circ$ , folglich  $C > 1$ .

Es folgen nun die Beobachtungen. Um noch den von etwaigen Unregelmässigkeiten in der Politur der beiden Rhomboëderflächen herrührenden Fehler zu eliminiren, wurde in zwei Stellungen des Rhomboëders beobachtet, welche um  $180^\circ$  voneinander verschieden waren.

### I. Stellung des Rhomboëders.

Beobachtung	I. Quadrant	II. Quadrant	III. Quadrant	IV. Quadrant	$v$
1.	$71^\circ 49,2'$	$162^\circ 9,5'$	$251^\circ 48,9'$	$342^\circ 14,8'$	$44^\circ 48,5'$
2.	49,6	8,1	51,7	14,6	49,7
3.	47,2	8,1	54,5	18,0	48,9
4.	52,2	8,6	56,7	16,7	50,9
5.	48,9	11,8	48,9	18,8	46,8
6.	50,4	6,4	53,3	15,2	50,5

### II. Stellung des Rhomboëders.

Beobachtung	I. Quadrant	II. Quadrant	III. Quadrant	IV. Quadrant	$v$
1.	$72^\circ 11,7'$	$162^\circ 29,8'$	$252^\circ 6,3'$	$342^\circ 21,9'$	$44^\circ 51,5'$
2.	11,3	32,8	7,0	24,3	50,3
3.	10,0	26,9	3,8	22,1	51,2
4.	13,5	30,2	6,0	19,0	52,6
5.	14,0	28,3	4,6	23,4	51,8
6.	10,0	30,2	6,0	20,7	51,2

Mittel:  $44^\circ 50' 18'' \pm 28''$ ;  $C = 1,0113$ .

Diese Grössen weichen von den von Hrn. Wild durchs Experiment und aus der Neumann'schen Theorie<sup>1)</sup> gefundenen Zahlen um nicht geringe Beträge ab. Die Wild'schen Zahlen sind:

experimentell	theoretisch
$v = 44^\circ 36' \pm 30''$	$v = 44^\circ 38' 2''$
$C = 1,0283$	$C = 1,0259$

1) Neumann, Math. Abh. d. Acad. d. Wiss. zu Berlin. p. 1. 1835

Den Grund dieser Abweichung vermag ich vor der Hand nicht anzugeben.

Es ist oben gesagt worden, dass auf Verschwinden der Fransen im ganzen Gesichtsfeld eingestellt wurde; dieses ist aber nur so lange möglich, als der Prismenapparat fortgelassen werden kann, also nur während der Bestimmung der Constanten  $C$ . Es wurde aber auch mit dem Prismenapparate beobachtet, und dabei zeigte sich, dass in diesem Falle die Fransen nicht mehr im ganzen Gesichtsfeld zum Verschwinden zu bringen sind; es geht dann nur ein farbloser, nicht sehr deutlich begrenzter Streifen übers Gesichtsfeld, welcher complementär gefärbte, gegeneinander verschobene Fransensysteme trennt. Hr. Wild, der zur Bestimmung der Constanten  $C$  stets mit dem Prismenapparate gearbeitet zu haben scheint, beobachtete anfangs<sup>1)</sup> so, dass er auf das Zusammenfallen der Mitte des farblosen Streifens mit dem Mittelpunkt des Fadenkreuzes einstellte. Da jedoch der farblose Streifen nicht senkrecht, sondern etwas geneigt zu den Fransen steht, so zog er es später<sup>2)</sup> bei Beobachtung mit seinem Polaristrobometer vor, dann abzulesen, wenn die Fransen in einem der spitzen Winkel des andreskreuzförmigen Fadenkreuzes verschwunden waren. Diese Einstellungsmethode fand ich aber für meinen Apparat nicht besonders empfindlich; ich sah mich deshalb nach einer anderen um und versuchte zunächst eine von Landolt<sup>3)</sup> benutzte Methode, nach welcher abgelesen wird, sobald die Fransen auf beiden Seiten des Gesichtsfeldes zum Verschwinden gebracht sind. Indessen lieferte diese Einstellungsart ebensowenig befriedigende Resultate wie eine von Tollens<sup>3)</sup> angegebene, nach welcher eine streifenlose Partie in die Mitte des Gesichtsfeldes gebracht wird, während zu beiden Seiten geringe Fransensterne übrig bleiben. Nach langem Probiren hielt ich es schliesslich für das Beste, für jede Beobachtung zwei Einstellungen

1) Wild, Pogg. Ann. 118. p. 220. 1863.

2) Wild, Ueber ein neues Polaristrobometer und eine neue Bestimmung der Drehungsconstante des Zuckers. Bern. 1865.

3) Landolt, Optisches Drehungsvermögen, p. 106. 1879.

zu machen, und zwar je eine zu beiden Seiten des Fadenkreuzes auf vollständiges Verschwinden der Fransen.

#### § 4. Fehler des Photometers.

Bezüglich der Fehler verweise ich auf die ausführlichen Erörterungen des Hrn. Wild.<sup>1)</sup> Diesen füge ich noch Folgendes hinzu:

Der Grund dafür, dass die in je zwei gegenüberliegenden Quadranten gemachten Ablesungen nicht genau um  $180^\circ$  verschieden sind, liegt, wie v. de Sande Bakhuyzen<sup>2)</sup> bemerkt, zum grössten Theil in der mangelhaften Construction und Aufstellung des drehbaren Polarisators, sowie in der Stellung der Kalkspathplatten des Savart'schen Polariskops. Bakhuyzen kommt in seinen theoretischen Betrachtungen schliesslich zu dem Resultate, welches Hr. Wild ohne weiteres als richtig angenommen hatte<sup>3)</sup>, dass der fragliche Fehler durch Beobachten in allen Quadranten vollständig beseitigt wird.

Was den Fehler betrifft, der von Ungenauigkeiten in der Justirung des Photometers herrührt, so zeigt die Theorie, dass das Verschwinden der Interferenzstreifen unabhängig erfolgt von den Winkeln, welche der Rhomboëderhauptschnitt mit dem Hauptschnitt des analysirenden Nicols, resp. einer der Krystallplatten bildet, dass indessen am genauesten beobachtet wird, wenn der erstere Winkel 0 oder  $90^\circ$ , der letztere  $45^\circ$  beträgt. Etwaige Fehler also, welche bei der Justirung der Doppelplatte und des analysirenden Nicols gemacht worden sind, haben keinen weiteren Einfluss auf das Resultat, als dass sie den Beobachtungsfehler vergrössern.

Der Beobachtungsfehler betrug für den von mir untersuchten Apparat und für mein Auge, wenn es nicht ermüdet und gehörig von Seitenlicht geschützt war, bei mittlerer Helligkeit des Gesichtsfeldes:

ohne Prismenapparat  $\pm 1' 15$

mit einer H. lang. A. 2,5 mm.  $\pm 2'20$ . 10. 11. 1910

1) Wild, Pogg. Ann. 118. p. 218. 1863.

2) v. Bakhuyzen, Pogg. Ann. 145. p. 259. 1872.

3) Wild, Ueber ein neues Polariſtrobometer u. s. w. Bern. 1865.

Der dadurch in der Constante  $C$  und im Intensitätsverhältniss verursachte Fehler war daher für den günstigsten Werth von  $v$  ( $v = 45^\circ$ ), unter dem man zu beobachten suchen muss:

ohne Prismenapparat	0,13 %
mit                   "                   "	0,26 %.

Phys. Inst. d. Univ. Strassburg i./E., Januar 1885.

# **VI. Ueber die Dissociation des Untersalpetersäuredampfes; von Ed. und Lad. Natanson.**

(Hierzu Taf. VIII Fig. I–III.)

Mehrere Theorien der Dissociation und speciell der Dissociation in Gasen liegen bereits vor; sie wurden nacheinander von Guldberg und Waage<sup>1)</sup>, Lemoine<sup>2)</sup>, Horstmann<sup>3)</sup>, Hicks<sup>4)</sup>, Gibbs<sup>5)</sup>, van der Waals<sup>6)</sup>, Moutier<sup>7)</sup>, Boltzmann<sup>8)</sup> und kürzlich von J. J. Thomson<sup>9)</sup> entwickelt. Um die erwünschte Prüfung dieser Dissociationstheorien, die aus besonderen Ausgangspunkten und nach wesentlich abweichenden Methoden den Gegenstand behandeln, vorzunehmen, wäre es erforderlich, über den Gang der Dissociation unter verschiedenen Druck- und Temperaturverhältnissen, ebenso wie über ihren Einfluss auf physikalische Eigenschaften der Gase ein-

1) Guldberg und Waage, Kolbe's Journ. 19. p. 69. 1879. Études sur les affinités, Christiania. 1867.

2) Lemoine, Ann. de chim. et de phys. (4) 27. p. 289. 1872. Études sur équilibres chimiques. Paris. 1881.

3) Horstmann, Lieb. Ann. 170. p. 192. 1873.

4) Hicks, Phil. Mag. (5) 3. p. 401. 1877. (5) 4. p. 80 u. 174. 1877.

5) Gibbs, Sill. Journ. 18. p. 277. 1879. Connect. Acad. Trans. 3. p. 108 u. 343.

6) van der Waals, Mededeel. Akad. Wetensch. Natuurk. (2) 15. 1880. Beibl. 4. p. 749. 1880.

7) Moutier, Rep. d. phys. 19. p. 675. 1883.

8) Boltzmann, Wied. Ann. 22. p. 39. 1884.

9) J. J. Thomson, Phil. Mag. (5) 18. p. 233. 1884.



gehende Untersuchungen anzustellen. Die Dissociationsercheinungen in Gasen sind bis jetzt<sup>1)</sup> auf experimentellem Wege nur ungenügend erforscht worden. Wir beabsichtigen die Untersalpetersäure eingehends zu untersuchen, deren Dissociationsgang sehr unvollständig bekannt ist, obgleich sie für genaue Messungen aus vielen Gründen besonders geeignet erscheint.

Wir haben bei verschiedenen Dissociationsgraden das Verhältniss ( $\alpha$ ) der beiden specifischen Wärmen für den Untersalpetersäuredampf bestimmt, welches bekanntlich von der inneren Beschaffenheit der Molecule abhängig ist. Hierbei mussten wir zugleich die Abhängigkeit der Dampfdichte der Untersalpetersäure vom Drucke bei constanter Temperatur untersuchen. Wir haben dies um so eher unternommen, als die älteren, bei veränderlichem Drucke angestellten Versuche (von Naumann<sup>2)</sup>, Troost<sup>3)</sup>, Playfair und Wanklyn<sup>4)</sup>, Guldberg und Waage<sup>5)</sup>) nicht bei constanten Temperaturen ausgeführt waren; die Versuche von Naumann erscheinen wegen der angewandten Methode völlig ungenügend, die Anzahl der übrigen ist nur sehr gering.

1. Um das Verhältniss  $\alpha$  der specifischen Wärmen zu ermitteln, bedienten wir uns der von Kundt angegebenen Staubfigurenmethode. Doch gilt nicht mehr im Falle eines gasförmigen Körpers mit veränderlicher Dichte die Formel, die im Verfahren von Kundt zur Berechnung dient:

$$\alpha = 1,4053 \left( \frac{l}{l_1} \right)^2 \left( \frac{d}{d_1} \right) \left( \frac{1 + \alpha t_1}{1 + \alpha t} \right), \quad (1)$$

(wenn  $l$ ,  $d$ , und  $t$  die halbe Wellenlänge, Dichte und Temperatur des untersuchten Gases bezeichnen,  $l_1$ ,  $d_1$ ,  $t_1$  — dasselbe für Luft). Die allgemein gültige Gleichung für die

1) Eine Zusammenstellung der gewonnenen Resultate haben Naumann (Thermochemie, 1882) und vollständiger Lemoine (Études sur les équilibres) gegeben.

2) Naumann, Ber. d. deutsch. chem. Ges. 11. p. 2045. 1878.

3) Troost, Compt. rend. 86. p. 1395. 1878.

4) Playfair und Wanklyn, Proc. Roy. Soc. Edinb. 4. p. 395. 1862.

5) Guldberg und Waage, Kolbe's Journ. 19. p. 69. 1879.

Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles ist unter Beibehaltung der üblichen Bezeichnungen:

$$\frac{u^2}{g} = \frac{dp}{dv},$$

setzen wir  $p = \varphi(t, v)$  und bezeichnen mit  $U$  die innere Energie des Gases, so finden wir sofort:

$$c_p - c_v = - \frac{\partial \varphi}{\partial \varphi} \left( \frac{\partial U}{\partial v} + p \right)$$

und aus der Bedingung eines adiabatischen Vorganges:

$$0 = dQ = \frac{c_v}{\partial \varphi} dp - \frac{c_p}{\partial \varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial v} dv$$

$$\text{ergibt sich leicht: } \frac{u^2}{g} = - \frac{1}{\varphi} \cdot x \cdot \left( \frac{\partial p}{\partial v} \right),$$

woraus folgt, dass die zwischen  $p$  und  $v$ , oder  $p$  und  $d$  bei  $t = \text{const.}$  stattfindende Beziehung bekannt sein muss, damit man aus Wellenlängebestimmungen die Grösse  $x$  berechnen könne. In der Folge werden wir zeigen, dass die Gleichung:

$$p = A \frac{d - \delta_1}{(2\delta_2 - d)^2},$$

in der  $A$ ,  $\delta_1$ ,  $\delta_2$  Constanten sind, mit genügender Genauigkeit, die in unseren Dichtebestimmungen gefundenen Resultate auszudrücken vermag. Danach ist  $x$  nach der Formel:

$$x = 1,4053 \left( \frac{l}{t} \right)^2 \left( \frac{d}{d_1} \right) \left( \frac{1 + \alpha t}{1 + \alpha t} \right) \left( \frac{1}{1 - \frac{(d - \delta_1)(2\delta_2 - d)}{(2\delta_2 - d)\delta_1 + (d - \delta_1)4\delta_2}} \right)$$

zu berechnen, die, wenn wir  $d = \delta_1$  oder  $= 2\delta_2$  setzen, in die Kundt'sche Formel übergeht.

2. Die zur Darstellung der Untersalpetersäure gewöhnlich angewandte Methode (Zersetzung von  $\text{Pb}(\text{NO}_3)_2$ ) kann leicht, wenn keine besonderen Vorsichtsmaassregeln vorgenommen werden, ein unreines, grünlichgelbes Product liefern, da das Bleinitrat eine hygroskopische Substanz ist, die den absorbirten Wasserdampf nur bei hohen Temperaturen, bei denen die Zersetzung schon stattfindet, völlig abgibt. Wir

haben das möglichst getrocknete Salz in ein schwer schmelzbares Rohr gebracht und auf einem Verbrennungssofen unter gleichzeitigem starken und ununterbrochenem Durchleiten von reinem und trockenem Sauerstoff stark erhitzt. Die ersten Theile des Productes wurden abgesondert und die übrigen einer Destillation unterworfen. — Die Gefässchen, in welchen die Untersalpetersäure in den Apparat eingeführt wurde, unterscheiden sich dadurch von den in ähnlichen Fällen gebräuchlichen, dass sie, anstatt thermometerartig, pipettenartig sind. Damit haben wir erstens ein leichteres Füllen erzielt (durch Eintauchen des beiderseits offenen Gefässchens in die Flüssigkeit, die inzwischen entsprechend abgekühlt wurde); zweitens konnten wir durch vorangehende Calibration des Rohres, aus welchem die Pipetten angefertigt wurden, im voraus das von ihnen gefasste Gewicht Untersalpetersäure angenähert bestimmen und somit Gefässchen mit den Gewichten herstellen, die zu einzelnen Versuchen nöthig waren. Die genauen Gewichte der die Pipetten erfüllenden Substanz wurden auf einer Bunge'schen Wage bestimmt und sind unten auf den leeren Raum reducirt angegeben.

3. Der von uns benutzte Apparat besteht aus folgenden Haupttheilen (Fig. I): 1. der Kundt'sche Staubfigurenapparat (nur zur Hälfte in der Figur unter  $a-b-c$  angegeben); 2. der Dampfdichteapparat ( $g-h-i-k$ ); 3. ein Quecksilbermanometer ( $m-n-r$ ); miteinander sind sie durch zwei Kundt'sche Glasfedern ( $f$  und  $l$ ) verbunden. Mittelst des Hahnsystems  $q$  und der Röhren  $s$  und  $t$  konnten diese Apparate mit den Hilfsapparaten in beliebiger Weise verbunden werden.

Der Apparat zur Bestimmung der Dampfdichte ist ein aus ungleich langen Theilen bestehendes U-förmiges Rohr. Der kürzere Theil  $B$  trägt einen Hahn, besonderer Form, der deutlicher in Fig. II abgebildet ist. Aus demselben Theile  $B$  führt zum Kundt'schen Wellenrohr  $A$  die Glasfeder  $f$ , deren Ende mit einem Schliffstücke versehen ist. Der längere Theil  $C$ , etwa 1,3 m hoch, besteht aus einem langen Rohr  $i$ , von 8 mm im Durchmesser, welches später in ein weiteres übergeht. Das zur Bestimmung der Wellen-

länge im Untersalpetersäuredampfe benutzte Rohr *A* ist in der von Kundt<sup>1)</sup> angegebenen Weise mit dem tönenden Rohr in *b* verbunden, und dieses mündet in ein einerseits offenes Luftwellenrohr. — Das aus aus zwei Röhren zusammengesetzte Manometer dient zugleich, um den Druck der in *A*, *B*, *C* und *D* vorhandenen Gase und das Volumen der Luft in *D* zu messen; dementsprechend trug der weitere Theil *n* desselben (22 mm im Durchmesser) fixe Punkte und wurde mit grösster Sorgfalt durch Quecksilberwägung calibriert. Der Kürze wegen wollen wir für einzelne Theile des Apparates bestimmte Benennungen einführen, und zwar: den Theil *b* — *c* — *d* wollen wir „Wellenrohr“ nennen und sein Volumen mit *V* bezeichnen, der Theil *d* — *f* — *g* — *h* soll „Zwischentheil“ heissen und das Volumen *w* einnehmen; dem System *h* — *i* — *k* — *l* — *m* wollen wir die Bezeichnung „Dampfdichteapparat“ beilegen und sein Volumen gleich *W* setzen; endlich die im Theile *mn* vorhandenen Gasmengen sollen die Volumina *v* (z. B.  $v_0, v_1, \dots$ ) einnehmen. Alle diese Räume sind durch Hähne scharf begrenzt; ihre Volumina wurden mittelst des Manometers volumenometrisch viele mal bestimmt und direct, wo dies möglich war, durch Wägung ihres Wasserinhaltes controlirt. — Als Hilfsapparate dienten: ein nach Mendelejeff und Wild construirtes und auf das Vacuum untersuchtes Barometer; zwei Thermometer, deren fixe Punkte wiederholt bestimmt wurden, eine Quecksilberluftpumpe nach Bessel-Hagen und ein  $\text{CaCl}_2$  und  $\text{P}_2\text{O}_5$  enthaltender Trockenapparat, der eine Länge von ungefähr 12 m darstellte. Quecksilbersäulen im Manometer und im Barometer wurden mit einem Kathetometer bis 0,02 mm gemessen.

4. Die Versuche selbst haben wir folgendermassen ausgeführt. Nachdem der ganze Apparat sorgfältig getrocknet war, wurde in die Oeffnung des Hahnes *g* (Fig. I und II) das pipettenartige Gefässchen mit der Substanz aufgehängt, der Hahn auf seinen Platz gebracht und das gesammte

1) Kundt und Warburg; Pogg. Ann. 157. p. 353. 1876.

System möglichst vollkommen ausgepumpt. War dies erreicht<sup>1)</sup>, so wurde der Hahn  $h$  geschlossen und durch Drehen des Sprenghahnes  $g$  der Hals des Gefässchens zertrümmert<sup>2)</sup>, wodurch der Untersalpetersäuredampf das „Wellenrohr“ und den „Zwischentheil“ (und somit das Volumen  $V + w$ ) augenblicklich erfüllte. Gleichzeitig wurde in den „Dampfdichteapparat“ und über das Quecksilber im Manometer soviel trockene Luft eingeführt, dass ihr Druck angenähert demjenigen gleich war, unter dem der Dampf sich in den übrigen Theilen befand. Um diesen letzteren im voraus angenähert berechnen zu können, wurden über die Dampfdichte der Untersalpetersäure unter verschiedenen Drucken vorläufige Versuche angestellt. — Nach einiger Zeit (etwa eine halbe Stunde), die wir verfließen liessen, damit der Dampf sein Dissociationsgleichgewicht erreiche, beobachteten wir die Niveaudifferenz beider Quecksilbersäulen im Manometer, den Abstand des linken Meniscus von irgend einem festen Punkte und den Thermometerstand; damit waren Druck ( $p_0$ ), Temperatur ( $t_0$ ) und Volumen ( $W + v_0$ ) der eingeführten Luft bestimmt. Alsdann liessen wir durch Oeffnen des Hahnes  $h$  den Untersalpetersäuredampf und die Luft frei miteinander communiciren und machten bei geöffnetem Hahne  $h$  (nachdem Druck- und Temperaturdifferenzen sich ausgeglichen hatten) genau dieselben Bestimmungen, also von  $p_1$ ,  $t_1$  und  $V + w + W + v_1$ , die vorher bei geschlossenem ausgeführt wurden. Damit war die Dichtebestimmung zu Ende, und wir schritten unmittelbar zum akustischen Versuche: die Thermometer und das Psychrometer wurden abgelesen, der Hahn  $d$  geschlossen und die Staubfiguren hervorgezogen.

1) Den Grad der Verdünnung beurtheilten wir durch Beobachtung des Macleod'schen, der Pumpe zugehörigen Manometers, ebenso wie durch Vergleichung des Manometers  $D$  mit dem Barometer. Der Druck wurde stets auf weit weniger gebracht, als die am Kathetometer messbaren Grössen.

2) Um die dabei entstehenden Glasstückchen für den Hahn unschädlich zu machen, wurde ein ringförmiger Canal um den Hahn herum eingeschnitten (s. Fig. II).

5. Wenn wir unsere Bezeichnungen beibehalten und für das benutzte Gewicht Untersalpetersäure das Zeichen  $g$  einführen, so finden wir die Dampfdichte bei  $t_1$  und  $p_1$  gleich:

$$d = \frac{g \cdot 760 \cdot (1 + \alpha t_1)}{\left[ V + w + W + v_1 - (W + v_0) \cdot \frac{p_0}{p_1} \cdot \frac{1 + \alpha t_1}{1 + \alpha t_0} \right] \cdot p_1 \cdot 0,001 \, 293 \, 05}$$

Auf die Bestimmung der Volumina  $V$ ,  $w$ ,  $W$ , ebenso wie auf die ihnen zu Grunde liegende Calibration des linken Manometerrohres wurde grosse Sorgfalt getragen. Aus zwölf volumenometrischen Versuchen ergab sich im Mittel:

$V = 320,311$  ccm,  $w = 87,645$  ccm,  $W = 267,976$  ccm, das Volumen des Rohres  $mz$  des Manometers, vom Hahn bis zum untersten Strich, wurde durch Quecksilberwägung gleich  $130,854$  ccm gefunden.

Die eben beschriebene Methode der Dampfdichtebestimmung hat mit der V. Meyer'schen Luftverdrängungsmethode ein gemeinschaftliches Princip, doch weicht sie in der Ausführungsweise wesentlich von derselben ab. Den Dampf entwickelt man in einem besonderen Raume, der zuerst luftleer ausgepumpt wird; es ist also möglich, mit den Messungen dann anzufangen, wenn die von der Verdampfung herrührende Abkühlung sich ausgeglichen hat, und die Dissociation zu einem Gleichgewichtszustande gelangt ist. Die Luft wird durch den Dampf nicht verdrängt, es gleicht sich nur in einer engen Röhre ein kleiner Druckunterschied aus, und somit reducirt sich die störende Diffusion des Dampfes zu einem vernachlässigbaren Minimum. Durch diese Anordnung wird die Methode besonders geeignet gemacht zu Dissociationsstudien (bei verschiedenen Drucken) zu dienen, was für die Meyer'sche Methode keineswegs der Fall ist. Mit den übrigen Methoden ist aber ein Metalle angreifender Dampf nicht wohl ohne Modificationen zu behandeln.

6. Bei der Wellenlängebestimmung haben wir in der Regel die von Kundt angegebene Verfahrungsweise befolgt. Bevor es sich erwiesen hat, dass die einfache Verbindung des Wellenrohres mit den übrigen Theilen mittelst einer Kundt'schen Glasfeder auf die Ausbildung der Figuren



nicht nachtheilig wirkt, haben wir viele andere Apparate construirt, ohne befriedigende Resultate zu erzielen. Eine weitere Schwierigkeit bestand darin, dass im Kundt'schen Apparate mit angeschmolzenem Wellenrohr verschiedene Nebenumstände auf das Entstehen der Figuren einen nicht geringen Einfluss zu haben scheinen, und zwar hängt dasselbe vorzugsweise von dem Verhältnisse ab, in dem die Schallstärke und das Volumen der schwingenden Gassäule stehen; wir haben das günstigste Verhältniss empirisch aufgesucht. Bei kleineren Drucken bildeten sich die Staubfiguren selbstverständlich nicht so leicht, wie bei den grösseren; doch erhielten wir sie stets scharf und deutlich, solange der Druck grösser war als etwa 75 mm; bei noch kleineren Drucken gelang es uns nur in einigen Fällen Figuren hervorzurufen, die sich zu Messungen eigneten. Im Luftwellenrohr waren die Staubfiguren immer ausserordentlich scharf vom Pulver aufgezeichnet. Beide Wellenröhren hatten 26 mm im Durchmesser, und in beiden wurde Kieselsäure gebraucht.

Die Figuren wurden mittelst einer Glasscala und einer comparatorartigen Ablesevorrichtung gemessen, und zwar jede Reihe zwei- bis dreimal. Die Zahl der gemessenen Figuren variirte für Untersalpetersäure zwischen 24 und 28, für Luft zwischen 15 und 20. Die wahrscheinlichsten Werthe der Halbwellenlängen ( $l$  und  $l_1$ ) wurden für jede Reihe besonders nach der von Kundt gegebenen Formel berechnet und stimmten stets gut überein. Einige Beispiele führen wir an:

Untersalpetersäuredampf			Luft	
Versuch Nr. 12	Versuch Nr. 8	Versuch Nr. 10	Versuch Nr. 15	Versuch Nr. 16
Druck 617,6 mm	Druck 101,6 mm	Druck 78,1 mm		
I. $l = 22,258$ mm	I. $l = 25,028$ mm	I. $l = 25,397$ mm	I. $l_1 = 42,012$ mm	I. $l_1 = 42,096$ mm
II. 22,286	II. 25,086	II. 25,885	II. 42,055	II. 42,091
III. 22,271	III. 25,041		III. 42,060	
22,270	25,035	25,391	42,042	42,094

Es ist gestattet, den Bruch  $(1 + \alpha t)/(1 + \alpha t_1)$  in unseren Versuchen gleich Eins zu setzen. Der Feuchtigkeitsgehalt der Luft werde aus den Angaben eines August'schen Psychrometers nach der Tabelle von Börnstein und daraus  $d_1$  in bekannter Weise berechnet.

7. Die von der Unvollkommenheit der Messungen verursachten Fehler in den Resultaten können leicht berechnet werden, da die Genauigkeit aller einzelner Bestimmungen sich beurtheilen lässt. Unter der Voraussetzung, dass alle möglichen Fehler ihr Maximum erreicht haben und auf das Endresultat in demselben Sinne wirkten, erhält man den Maximalfehler in der Dampfdichte zu ca. 0,25 Proc. (bei kleinen Drucken) und 0,10 Proc. (bei grossen Drucken), in dem Werthe von  $x$  zu ungefähr 0,5 Proc.; daraus folgt, dass solche Fehler nur äusserst selten vorkommen können. Da die Diffusion des Dampfes durch die Anordnung des Apparates ganz unerheblich die Resultate beeinflussen konnte, haben wir aus constanten Fehlerquellen nur noch vom Einflusse der Verdichtung des Dampfes am Hahnfette eine Vorstellung zu gewinnen gesucht. Zu diesem Zwecke haben wir Controlversuche in der Weise angestellt, dass in das Wellenrohr eine beträchtliche Menge des Schmierfettes gebracht und somit diese Fehlerquelle bedeutend vergrössert wurde; dabei wurde Temperatur und Druck so nahe wie möglich an diejenigen gebracht, die in den Normalversuchen Nr. 15, Nr. 8 und Nr. 12 (Tab. I) beobachtet wurden. Es ergab sich, dass bei 59,7 und 101,6 mm Druck der Unterschied zwischen Control- und Normalversuch in den Beobachtungsfehlergrenzen lag; dagegen bei 618 mm zeigte sich ein Unterschied, der etwa 1,8 Proc. der Dampfdichte ausmachte. Danach ist in den Normalversuchen ein bedeutend kleinerer Fehler, und überhaupt nur bei höheren Drucken zu befürchten.

8. In der Tab. I sind sämtliche Elemente der Dampfdichtebestimmungen zusammengestellt, wobei alle oben angenommenen Bezeichnungen beibehalten sind.

Tabelle I.  
(Dampfdichten).

Nr. des Versuchs	$T$	$v_0$	$v_1$	$t_0$	$t_1$	$p_0$	$p_1$	$d$
	°C.	ccm	ccm	°C.	°C.	mm	mm	
17	0,0578	6,671	6,235	22,19	22,20	44,68	43,58	2,024
15	0,0798	19,886	19,119	21,64	21,70	60,79	59,67	2,114
11	0,0839	18,747	18,975	22,73	22,84	61,40	62,01	2,099
10	0,1085	17,646	17,760	23,22	23,25	77,80	78,10	2,165
9	0,1134	18,329	18,785	23,42	23,30	79,44	80,64	2,173
8	0,1455	19,070	19,165	23,14	23,19	101,43	101,64	2,234
16	0,1750	37,028	36,899	21,27	21,30	118,06	117,65	2,318
19	0,2777	37,788	39,424	22,17	22,13	171,68	176,21	2,399
18	0,3745	33,215	34,677	21,70	21,72	226,66	230,59	2,486
20	0,5347	36,367	34,165	21,27	21,29	333,49	327,14	2,589
14	0,6113	37,063	36,840	21,25	21,25	367,59	367,08	2,599
13	0,8408	36,859	39,133	21,51	21,58	500,03	492,11	2,674
12	1,0533	36,753	38,310	21,78	21,81	627,55	617,63	2,709
21	1,0786	56,411	46,863	19,90	19,96	668,12	640,76	2,762

9. Die Formel, die zur Berechnung der Werthe von  $\alpha$  dient (§ 1), haben wir aus einer allgemeinen Formel unter der Voraussetzung erhalten, dass bei constanter Temperatur die Dampfdichte der Untersalpetersäure vom Druck folgendermassen abhängt:

$$p = A \frac{d - \delta_1}{(2\delta_2 - d)^2}.$$

Gibbs, Boltzmann, van der Waals und J. J. Thomson haben bekanntlich auf theoretischem Wege dieselbe Formel gefunden, doch ist nach diesen Gelehrten  $\delta_1 = \delta_2 = \delta$  zu setzen, wo  $\delta$  die normale Dampfdichte der Verbindung  $\text{NO}_2$  (1,589) bezeichnet. Dadurch wird:

$$p = A_1 \frac{d - \delta}{(2\delta - d)^2},$$

wo  $A_1 = f(t)$  ist. Zwar ist die Function  $f$  von Gibbs und Boltzmann gefunden worden, jedoch hielten wir es für zweckmässiger, unsere Werthe der Dichten vorher auf eine Temperatur zu reduciren und erst dann mit den Werthen zu vergleichen, die sich aus den angeführten Formeln ergeben. Ein solches Verfahren scheint empfehlenswerther zu sein in Betracht des verfolgten Zweckes, eine corrigirte

Formel für  $x$  zu gewinnen, und um so mehr haben wir diese Reduction vorgenommen, als zwischen den Boltzmann'schen und Gibbs'schen Resultaten in Betreff der Function  $f$  gewisse Unterschiede bestehen.

Als constante Temperatur haben wir die Temperatur von 21° C. gewählt; die Reduction selbst wurde mittelst der Gibbs'schen Gleichung ausgeführt:

$$\log \frac{d - \delta}{(2\delta - d)^2} = \frac{a}{t} + \log p - C,$$

in der  $\log$  den Brigg'schen Logarithmus,  $a$  und  $C$  Constanten bedeuten. Da diese Gleichung durch die Versuche von Sainte-Claire-Deville und Troost zwischen 27 und 154° C. vortrefflich bestätigt wird, so ist es gestattet, sie auf kleine Temperaturintervalle anzuwenden, die meistens nicht einen Grad betragen. Auf diese Weise wurden die Zahlen berechnet, die unter  $d_{21}$  in der Tab. II (Spalte 5) zusammengestellt sind. In Spalte 6 sind die Werthe gegeben, die für die beobachteten Drucke aus der Gibbs-Boltzmann'schen Formel unter Anwendung der Gibb'schen Constanten folgen.

Aus der Vergleichung dieser beiden Reihen ersieht man, dass die Unterschiede der gefundenen und berechneten Zahlen klein sind. Bis zum Drucke von 62 mm sind sie negativ, zwischen 62 und 101 mm sind sie verschwindend, von da aber werden sie positiv und nehmen mit wachsendem Drucke regelmässig zu; dieses Verhalten, das kaum auf zufällige Fehler zurückzuführen ist, wird durch graphische Darstellung sehr deutlich gemacht (Fig. III). Die Unterschiede zwischen berechneten und gefundenen Zahlen sind entweder den constanten Fehlern der Versuche oder auch dem Umstande zuzuschreiben, dass die Gibbs-Boltzmann'sche Formel einer wenn auch kleinen Correction bedarf; jedenfalls haben wir eine Formel zu finden gesucht, die sich den experimentell gewonnenen Resultaten genau anschliesse. Unter Benutzung der Gleichung:

$$p = A \frac{d - \delta_1}{(2\delta_1 - d)^2}$$

hat folgendes System ( $A$ ) der Constanten die besten Resultate geliefert:

$$\delta_1 = 1,579$$

$$2\delta_2 = 3,218$$

$$\log A = 2,108\,826\,4.$$

Selbstverständlich betrachten wir diesen Ausdruck nur als eine Interpolationsformel und legen ihm keine weitere Bedeutung bei. Die Zahlen, die er liefert, sind in Spalte 7 der Tab. II angegeben.

Tabelle II.

(Beziehung zwischen Dichte und Druck.)

1. Nr. d. Ver- suchs	2. $t_1$	3. $p_1$	4. Gef. Dichte $d$	5. Dichte bei $21^\circ$ $d_{21}$	6. Ber. nach Gibbs $d(A_1)$	7. Ber. aus Formel $A$ $d(A)$
	$^\circ\text{C.}$	$\text{mm}$				
17	22,20	43,58	2,024	2,049	2,051	2,047
15	21,70	59,67	2,114	2,129	2,133	2,130
11	22,84	62,01	2,099	2,139	2,143	2,140
10	23,25	78,10	2,165	2,215	2,209	2,209
9	23,30	80,64	2,178	2,224	2,218	2,218
8	23,19	101,64	2,234	2,283	2,283	2,283
16	21,30	117,65	2,318	2,325	2,320	2,323
19	22,13	176,21	2,399	2,423	2,420	2,430
18	21,72	230,59	2,486	2,501	2,490	2,504
20	21,29	327,14	2,589	2,594	2,577	2,590
14	21,25	361,08	2,599	2,604	2,600	2,614
13	21,58	492,11	2,674	2,684	2,665	2,680
12	21,81	617,63	2,709	2,722	2,710	2,730
21	19,96	640,76	2,762	2,746	2,717	2,738

10. Wir haben zwanzig definitive Versuche ausgeführt; jedoch nur in vierzehn wurde die Dampfdichte direct bestimmt; in den übrigen wurde nur der Druck des Dampfes im Wellenrohr beobachtet, daraus die Dampfdichte graphisch nach der für  $21^\circ\text{C.}$  construirten Curve der Dichten interpolirt, und auf die beobachtete Temperatur reducirt. — Das System ( $A$ ) der Constanten wurde benutzt, um den Werth des Correctionsgliedes in der Formel für  $\alpha$  zu berechnen. (S. § 1, auch Spalte 9 in der Tab. III).

Tabelle III.

(Verhältniss der spec. Wärmen.)

Nr. d. Vers.	$t_1$	$p_1$	$d$	$d_1$	$l$	$l_1$	$\left(\frac{t}{t_1}\right)\left(\frac{d}{d_1}\right)$	$\frac{(d-d_1)(2d_2-d)}{(d-d_1)d_1+(2d_2-d)d_1}$	$\alpha$
	°C.	mm			mm	mm			
17	22,20	43,58	2,024	0,9938	26,384	41,968	0,8050	0,1119	1,274
11	22,84	62,01	2,099	0,9927	25,773	41,919	0,7992	0,1138	1,267
15	21,70	59,67	2,114	0,9930	25,795	42,042	0,8024	0,1139	1,273
10	23,25	78,10	2,165	0,9927	25,391	42,024	0,7962	0,1135	1,262
9	23,30	80,64	2,173	0,9925	25,355	42,063	0,7955	0,1134	1,261
2	21,62	73,60	—	0,9937	25,509	42,238	0,7984	0,1134	1,265
4	21,52	73,92	—	0,9934	25,375	42,068	0,7986	0,1133	1,263
8	23,19	101,64	2,234	0,9924	25,035	42,039	0,7984	0,1117	1,263
16	21,30	117,65	2,318	0,9940	24,493	42,094	0,7896	0,1076	1,244
19	22,13	176,21	2,399	0,9921	23,983	42,023	0,7876	0,1022	1,233
5	21,77	167,79	—	0,9931	24,016	42,033	0,7876	0,1019	1,233
18	21,72	230,59	2,486	0,9935	23,642	42,087	0,7897	0,0949	1,226
1	23,77	325,16	—	0,9929	23,466	42,184	0,7901	0,0903	1,221
20	21,29	327,14	2,589	0,9932	23,079	42,019	0,7863	0,0848	1,207
14	21,25	367,08	2,599	0,9932	23,084	42,055	0,7884	0,0835	1,209
6	23,33	500,43	—	0,9928	22,957	42,269	0,7864	0,0784	1,199
3	21,42	466,72	—	0,9935	22,804	42,074	0,7868	0,0768	1,198
13	21,58	492,11	2,674	0,9931	22,689	42,002	0,7859	0,0753	1,194
12	21,81	617,63	2,709	0,9935	22,270	41,800	0,7741	0,0712	1,171
21	19,96	640,76	2,762	0,9939	22,193	41,977	0,7766	0,0686	1,172

Tabelle IV.

(Beziehung zwischen  $\alpha$  und Procent  $q$  der Zersetzung.)

$t_1$	$p_1$	$q^0/\%$	$\alpha$	$t_1$	$p_1$	$q^0/\%$	$\alpha$
°C.	mm			°C.	mm		
22,20	43,58	56,99	1,274	21,77	167,79	32,25	1,233
22,84	62,01	51,42	1,267	21,72	230,59	27,81	1,226
21,70	59,67	50,35	1,273	23,77	325,16	25,34	1,221
23,25	78,10	46,78	1,262	21,29	327,14	22,76	1,207
23,30	80,64	46,25	1,261	21,25	367,08	22,25	1,209
21,62	73,60	46,10	1,265	23,33	500,43	20,06	1,199
21,52	73,92	45,76	1,265	21,42	466,72	19,43	1,198
23,19	101,64	42,26	1,263	21,58	492,11	18,83	1,194
21,30	117,65	37,08	1,244	21,81	617,63	17,30	1,171
22,13	176,21	32,47	1,233	19,96	640,76	15,07	1,172

11. Zum Schlusse sei bemerkt, dass das Verhältniss  $\alpha$  des Untersalpetersäuredampfes mit zunehmender Dichte abnimmt, gerade entgegengesetzt, als dies nach der Untersuchung von Wüllner für  $\text{CO}_2$ ,  $\text{N}_2\text{O}$ ,  $\text{NH}_3$  und  $\text{C}_2\text{H}_4$  der Fall ist; und dass die kleinsten gefundenen Werthe (1,17 bei 15% Zersetzung) denjenigen nahe kommen, die man für



Gase mit fünf-, sechs- u. s. w. atomigen Moleculen meistens gefunden hat; während die grössten (1,27 bei 57%) nicht viel kleiner sind<sup>1)</sup>, als der für dreiatomige Gase geltende Mittelwerth von  $\alpha$  (etwa 1,29). Dies und besonders die Richtung der Aenderungen des Verhältnisses  $\alpha$  sind also als ein neuer Beweis dafür zu betrachten, dass die Dichteänderungen, die im Untersalpetersäuredampfe bei Druckwechsel eintreten, in einer chemischen Dissociation von  $N_2O_4$ -Moleculen in  $NO_2$ -Moleculen ihren Grund haben, und dass sie nicht, wie es Sainte-Claire-Deville für wahrscheinlich wiederholt erklärte, und Berthelot, Troost, Lemoine u. a. es noch heute behaupten, aus der Abweichung dieses Dampfes vom Mariotte-Gay-Lussac'schen Gesetz zu erklären sind.

Warschau, November 1884.

## VII. Untersuchungen über die Zustandsgleichung; von M. Thiesen in Sèvres.

### 1. Kritische Vorbemerkungen.

Die Aufgabe, welche ich mir gestellt habe, und deren Bedeutung, wie ich hoffe, im Laufe der folgenden Untersuchungen hervortreten wird, besteht darin, für einige möglichst gut untersuchte Körper aus allen vorhandenen besseren Beobachtungen die Zustandsgleichung abzuleiten. Ich lege dabei keine der bisher für diese Relation aufgestellten specielleren Formeln zu Grunde; auch habe ich keine derselben, soweit ich sie zu prüfen Veranlassung fand, als der Erfahrung entsprechend gefunden.

Die soeben gemachte Bemerkung bedarf einer näheren Begründung für die von Clausius zunächst für Kohlen-

1) Für 100 % Zersetzung, also für  $NO_2$ , findet man graphisch etwa 1,31.

säure<sup>1)</sup> und dann in erweiterter Form<sup>2)</sup> auch für andere Körper aufgestellte und von ihm als allgemein gültig angenommene empirische Gleichung. Meines Wissens wenigstens hat dieselbe bisher in ihrer erweiterten Form noch von keiner Seite Widerspruch erfahren.

Bezeichnen  $p$ ,  $v$ ,  $T$  Druck, (specifisches) Volumen, und (absolute) Temperatur eines Körpers,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $R$  Constanten und  $\Theta$  eine zunächst willkürliche Function der Temperatur, so ist nach Clausius<sup>3)</sup>:

$$(1) \quad RT = (v - \alpha) \left( \rho + \frac{\Theta}{(v + \beta)^2} \right).$$

Für Kohlensäure hatte Clausius zunächst die Annahme gemacht, dass  $\Theta$  der absoluten Temperatur umgekehrt proportional sei, später aber hat er diese mehrfach angegriffene Annahme selbst als zweifelhaft hingestellt.

Die Gleichung (1) soll nicht nur für den flüssigen und gasförmigen Zustand eines Körpers, sondern auch für denjenigen ideellen Uebergangszustand gültig sein, auf welchen J. Thomson als auf eine Consequenz der von Andrews beobachteten Erscheinungen hingewiesen hat. Man kann daher auch auf dieselbe ein zuerst von Maxwell aufgestelltes Princip anwenden, nach welchem die von einer Flüssigkeitsmasse durch ihre Verdampfung bei gleichbleibendem Drucke geleistete Arbeit gleich derjenigen Arbeit ist, welche die Flüssigkeit bei dem ideellen continuirlichen Uebergang in den gasförmigen Zustand leisten würde, vorausgesetzt, dass in beiden Fällen die Temperatur denselben constanten Werth hat.

Die Ausführung dieses Principes führt auf die folgenden Relationen zwischen den Elementen des gesättigten Dampfes und der in Berührung mit demselben befindlichen Flüssig-

1) Clausius, Wied. Ann. 9. p. 348. 1880; Phil. Mag. (5) 9. p. 401. 1880; Ann. de chim. et de phys. (5) 30. p. 372. 1883.

2) Clausius, Wied. Ann. 14. p. 282 u. 692. 1882; Phil. Mag. (5) 12. p. 383. 1881. 13. p. 132. 1882; Ann. de chim. et de phys. (5) 30. p. 437 u. 448; Compt. rend. 93. p. 620. 1881.

3) Clausius' eigene Bezeichnung ist etwas abweichend, sein  $\Theta$  ist gleich meinem  $RT/\Theta$  und umgekehrt mein  $\Theta$  gleich seinem  $RT/\Theta$ .

keit, welche, abgesehen von der etwas geänderten Bezeichnung, mit den von Clausius gegebenen identisch sind und im wesentlichen schon früher von Planck<sup>1)</sup> abgeleitet wurden:

$$(2) \quad \frac{RT}{\Theta} = \frac{(v_1 + v_2 + 2\beta)(v_1 - \alpha)(v_2 - \alpha)}{(v_1 + \beta)^2(v_2 + \beta)^2};$$

$$(3) \quad \frac{p}{RT} = \frac{v_1 v_2 - \alpha(v_1 + v_2) - \beta^2 - 2\alpha\beta}{(v_1 + v_2 + 2\beta)(v_1 - \alpha)(v_2 - \alpha)};$$

$$(4) \quad \log \frac{v_1 - \alpha}{v_2 - \alpha} = (v_1 - v_2) \frac{2v_1 v_2 + (v_1 + v_2)(\beta - \alpha) + 2\alpha\beta}{(v_1 + v_2 + 2\beta)(v_1 - \alpha)(v_2 - \alpha)}.$$

Dabei ist mit  $v_1$  das Volumen des in Berührung mit der Flüssigkeit bei dem Drucke  $p$  und der Temperatur  $T$  gesättigten Dampfes, mit  $v_2$  das Volumen der Flüssigkeit selbst bezeichnet.

Ist die Zustandsgleichung bekannt, so können die Gleichungen (2), (3) und (4) dazu dienen, drei der vier Grössen  $v_1$ ,  $v_2$ ,  $p$  und  $T$  als Functionen einer derselben darzustellen. Umgekehrt kann man Beziehungen zwischen diesen vier Grössen, die experimentell bekannt sind, benutzen, um die Constanten der Zustandsgleichung zu ermitteln.

Diesen letzteren Weg hat Clausius für Aether und für Wasser eingeschlagen. Eliminirt man aus den drei Gleichungen (2), (3), (4) die Grössen  $v_1$  und  $v_2$ , so ergibt sich als Resultat (wie man leicht aus der Art und Weise erkennt, in der die Constanten  $\alpha$  und  $\beta$  mit den  $v_1$ ,  $v_2$  verbunden sind) eine ganz bestimmte functionelle Beziehung zwischen  $(\alpha + \beta)RT/\Theta$  und  $(\alpha + \beta)p/RT$ . Die Constante  $R$  kann für die meisten Körper als bekannt angesehen werden, da sie aus dem theoretischen Volumen, das der Körper bei sehr kleinen Dichten einnehmen würde, berechnet werden kann. Für Aether war Clausius auch die Constante  $(\alpha + \beta)$  bekannt. Bildet man nämlich die Bedingungsgleichungen für den kritischen Punkt, indem man die aus der Gleichung (1) abgeleiteten partiellen Differentialquotienten  $\partial v/\partial p$  und  $\partial^2 v/\partial p^2$  gleich Null setzt, so ergibt sich, dass für denselben  $8p(\alpha + \beta) = RT$  wird. Ist also, wie für Aether, der kritische Druck und die kritische Temperatur experi-

1) Planck, Wied. Ann. 13. p. 539. 1882.

mentell bestimmt, so ist auch  $\alpha + \beta$  ohne weiteres zu berechnen.

Bei bekannten Werthen von  $R$  und  $\alpha + \beta$  geht die erwähnte functionelle Beziehung in eine vollständig bekannte Relation zwischen  $\theta$  einerseits und  $p$  und  $T$  andererseits über. Ist daher ferner die Spannungcurve des gesättigten Dampfes, d. h. die Beziehung zwischen  $p$  und  $T$  experimentell bestimmt, so ist damit (abgesehen von Schwierigkeiten der Rechnung, die sich in verschiedener Weise überwinden lassen) auch  $\theta$  als Function von  $T$  gegeben.

Clausius hat nun gefunden, dass für Aether die Beobachtungen Regnault's und Sajotschewsky's über die Spannung des Aetherdampfes, welche zusammen ein ziemlich weites Temperaturintervall umfassen, sich durch die folgende Annahme über die Form von  $\theta$  darstellen lassen, falls man den Constanten  $a$ ,  $b$ ,  $v$  geeignete Werthe gibt:

$$(5) \quad \theta = a T^v + b T.$$

Es ist selbstverständlich, dass die Uebereinstimmung mit der Beobachtung nichts anderes beweist, als dass die Form der Function  $\theta$  von Clausius passend gewählt ist, zur Controle seiner Grundannahme, der in Gl. (1) gegebenen Form seiner Zustandsgleichung aber nichts beitragen kann. Welches auch das Spannungsgesetz sei, immer muss sich rechnungsmässig eine Function  $\theta$  finden lassen, welche demselben Genüge leistet. Es ist auch nicht besonders auffallend, dass eine Function mit drei willkürlichen Constanten genügt, da auch andere befriedigende Darstellungen der Spannungcurve, die nur drei Constanten enthalten, bekannt sind.<sup>1)</sup>

Um eine wirkliche, wenn auch nicht vollständige Controle zu erhalten, müssen andere experimentelle Daten zu Hülfe genommen werden. Solche liegen zunächst in der von Clausius benutzten Dichte der Flüssigkeit bei verschiedenen

1) Ich hebe diesen Umstand hervor, da namentlich der von Clausius der französischen Academie mitgetheilte Auszug, in welchem nur die Anwendung auf Wasser gemacht wird, zu der Annahme verleiten könnte, als ob Clausius gerade in dieser Uebereinstimmung eine Bestätigung seiner Grundgleichung fände.

Temperaturen vor. Eine dieser Dichten kann benutzt werden, um die noch unbekannte Constante  $\alpha$  zu bestimmen, die übrigen dienen zur Controle.

Die Vergleichung der von Clausius für flüssigen Aether bei verschiedenen Temperaturen berechneten Dichten ergeben für diesen eine merklich stärkere Ausdehnung, als sie aus der Beobachtung folgt, zumal wenn man dem Umstande Rechnung trägt, dass bei den von Clausius gegebenen Werthen die Flüssigkeit jedesmal unter dem Drucke ihres Dampfes steht. Nach Clausius wäre die gesammte Ausdehnung zwischen 0 und 30° gleich 0,052, zwischen 0 und 100° gleich 0,255, während die Beobachtungen auf Zahlen führen, die um  $\frac{1}{10}$  kleiner sind.<sup>1)</sup>

Weit grösser wird die Differenz aber dann, wenn man die Clausius'sche Zustandsgleichungen auf Beobachtungen anwendet, welche weniger direct zur Bestimmung der Constanten gedient haben. Bildet man z. B. aus Gl. (1) den Coefficienten der Compressibilität, so erhält man:

$$(6) \quad -\frac{1}{v} \frac{\partial v}{\partial p} = \frac{(v - \alpha)^3 (v + \beta)^3}{v \{ R T (v + \beta)^3 - 2 \Theta (v - \alpha)^3 \}}.$$

Berechnet man diesen Ausdruck mit den Clausius'schen Constanten für flüssigen Aether und multiplicirt das Resultat mit 10333, um den Coefficienten für eine Aenderung des Druckes von einer Atmosphäre zu erhalten, so ergibt sich dieser Coefficient zu 0,000 239 bei 0° und zu 0,001 111 bei 100°. <sup>2)</sup> Die beobachteten Werthe sind etwa halb so gross.

1) Ich gebe hier absichtlich noch keine Zahlenwerthe für die experimentellen Daten, welche vielfach eine kritische Sichtung und Umrechnung erfordern.

2) Der leichteren Controle wegen stelle ich hier die für diese und die folgenden Rechnungen benutzten Constanten nach den Angaben Clausius' zusammen:

$$\begin{aligned} \alpha &= 0,001\,087\,6; & \beta &= 0,000\,647\,8; & R &= 11,431\,8 \\ \alpha &= 178,416 & ; & b &= -0,051\,406\,5; & v &= -0,192\,33 \\ v_1 &= 1,238 & & v_1 &= 0,054\,17 & \\ v_2 &= 0,001\,356 & \left. \begin{array}{l} \text{bei } 0^\circ \\ \text{bei } 100^\circ \end{array} \right\} & v_2 &= 0,001\,702 & \end{aligned}$$

Druckeinheit ist dabei der Druck eines Kilogramms auf ein Quadratmeter, die Volumina sind in Cubikmetern für ein Kilogramm des Stoffes ausgedrückt, ferner ist  $T = 273 + t$ , falls  $t$  die in Centigraden ausgedrückte Temperatur bezeichnet.

Ferner habe ich noch den Unterschied zwischen der specifischen Wärme des flüssigen und des dampfförmigen Aethers aus der Clausius'schen Gleichung bestimmt. Aus der partiellen Differentialgleichung für die in mechanischem Maasse ausgedrückte specifische Wärme bei constantem Volumen  $C_v$ :

$$(7) \quad \frac{\partial C_v}{\partial v} = T \frac{\partial^2 p}{\partial T^2}$$

folgt nämlich zunächst bei Anwendung der Gleichungen (1) und (5):

$$(8) \quad \frac{\partial C_v}{\partial v} = \frac{\alpha \nu (1 - \nu) T^{\nu-1}}{(v + \beta)^3},$$

Integrirt man diesen Ausdruck der ideellen Isotherme entlang zwischen den Grenzen  $v_1$  und  $v_2$ , ein Verfahren, das keinem Bedenken unterliegt, so erhält man:

$$(9) \quad C_v - C_{v_1} = \frac{\alpha \nu (1 - \nu) T^{\nu-1} (v_1 - v_2)}{(v_1 + \beta)(v_2 + \beta)}.$$

Um von der specifischen Wärme bei constantem Volumen zur specifischen Wärme bei constantem Drucke  $C_p$  überzugehen, kann man die Gleichung benutzen:

$$(10) \quad C_p - C_v = -T \frac{\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)^2}{\frac{\partial p}{\partial v}}$$

oder, wenn man die aus (1) und (5) folgenden Werthe einsetzt:

$$(11) \quad C_p - C_v = \frac{\left(\frac{R}{v - \alpha} - \frac{\alpha \nu T^{\nu-1} + b}{(v + \beta)^2}\right)^2}{\frac{R}{(v - \alpha)^2} - 2 \frac{\alpha T^{\nu-1} + b}{(v + \beta)^3}}.$$

Berechnet man die rechte Seite der Gl. (9) mit Clausius' Constanten und dividirt das Resultat durch 428, so erhält man in gewöhnlichem Wärmemaasse:

$$C_v - C_{v_1} = 0,059 \text{ bei } 0^\circ$$

$$C_v - C_{v_1} = 0,033 \text{ bei } 100.$$

Dasselbe Verfahren auf die Gl. (11) angewandt, ergibt, wenn man für  $\nu$  einmal die der Flüssigkeit entsprechenden Werthe  $\nu_1$ , andererseits die Werthe für gesättigten Dampf  $\nu_2$  einsetzt:



$$(C_p - C_v)_{v=v_2} = 0,088 \text{ bei } 0^\circ$$

$$(C_p - C_v)_{v=v_2} = 0,177 \text{ bei } 100^\circ$$

$$(C_p - C_v)_{v=v_1} = 0,028 \text{ bei } 0^\circ$$

$$(C_p - C_v)_{v=v_1} = 0,049 \text{ bei } 100^\circ$$

und durch Verbindung der für dieselbe Temperatur gültigen Werthe:

$$(C_p)_{v=v_2} - (C_p)_{v=v_1} = 0,119 \text{ bei } 0^\circ$$

$$(C_p)_{v=v_2} - (C_p)_{v=v_1} = 0,162 \text{ bei } 100^\circ.$$

(1) Die Verbindung der Werthe von E. Wiedemann mit denen von Regnault und Hirn führt auf 30 bis 60% grössere Werthe dieser Unterschiede.

Fasst man alles zusammen, so ergibt sich, dass die Clausius'sche Zustandsgleichung bei Benutzung der von Clausius selbst berechneten Constanten alle Zustandsänderungen des flüssigen und dampfförmigen Aethers mit einer gewissen Annäherung wiedergibt, dass diese Annäherung aber doch weit davon entfernt ist, der Genauigkeit der Beobachtungen gleich zu kommen. Ich habe nun allerdings nicht für Aether den Versuch gemacht, ob vielleicht eine Aenderung der Constanten eine befriedigendere Darstellung gewährt, doch liegen Anzeichen dafür vor, die diesen Versuch als aussichtslos erscheinen lassen.

Von anderen Körpern hat zunächst Clausius selbst für Wasser angegeben, dass dasselbe infolge seines eigenthümlichen Verhaltens in der Nähe von  $4^\circ$  seiner Gleichung nicht durchweg gehorcht.

Ich selbst habe schon vor längerer Zeit ohne Erfolg eine Beziehung zwischen der Ausdehnung und der Dampfspannung des Quecksilbers aus dieser Gleichung abzuleiten versucht, ohne dabei zunächst einen kritischen Zweck im Auge zu haben. Ich benutzte dabei nur die beiden Gleichungen (3) und (4), sodass die Temperaturfunction  $\theta$  unbestimmt bleiben konnte. Eliminirt man aus den beiden Gleichungen  $v_1$ , so bleibt eine Relation zwischen  $p$ ,  $T$ ,  $v_2$  und den beiden Constanten  $\alpha$  und  $\beta$  übrig, welche sich in die Form bringen lässt:

$$(12) \quad \left\{ \log \text{nat} \frac{RT}{p(v_2 - \alpha)} - 2 + C \right\} (v_2 - \alpha) = \alpha + \beta.$$

$C$  ist dabei ein von dem Argumente  $RT/p(v_2 - \alpha)$  abhängiges, für niedere Temperaturen unbedeutendes Correctionsglied, dessen Werth sich aus der folgenden Tabelle ergibt:

$\log \text{nat } RT/p(v_1 - \alpha) = 8$	$C = 0,01756$
9	845
10	394
11	178
12	79
13	35
14	15
15	6

Wendet man die Gl. (12) auf zwei Temperaturen an, für welche der Dampfdruck und das Volumen der Flüssigkeit bekannt sind, so lassen sich  $\alpha$  und  $\beta$  bestimmen. Man rechnet zu dem Zwecke die linke Seite der Gleichung mit verschiedenen Hypothesen für  $\alpha$  und interpolirt zwischen diesen Hypothesen, bis man für beide Temperaturen denselben Werth erhält.

Es ist mir indessen auf diesem Wege nicht gelungen, für ein grösseres Temperaturintervall eine befriedigende Uebereinstimmung mit den Beobachtungsergebnissen zu gewinnen. Eine beiläufige Uebereinstimmung in der Nähe von  $200^\circ$  ergibt sich, wenn  $\alpha$  gleich 0,96 des Volumens bei  $0^\circ$  gesetzt wird;  $\beta$  erhält dann einen sehr kleinen negativen Werth.

Für Aethylen und Kohlensäure hat Sarrau nachgewiesen, dass Clausius' Gleichung in der Form, in welcher er dieselbe zuerst für Kohlensäure aufgestellt hat, die Beobachtungen Amagat's nicht darstellt.<sup>1)</sup> Nun wird zwar durch die Erweiterung, welche Clausius später hat eintragen lassen, die Form der Isothermen nicht geändert; doch hat Sarrau nicht direct die Isothermen untersucht. Ich habe diese Untersuchung ausgeführt und keine Uebereinstimmung finden können, während sich mir namentlich für Aethylen eine recht befriedigende Darstellung durch eine später mitzutheilende Gleichung ergeben hat.

1) Sarrau, Compt. rend. 94. p. 851. 1882. Vgl. auch Amagat, Compt. rend. 94. p. 851. 1882, Warburg und Babo, Wied. Ann. 17. p. 420. 1882, Korteweg, Wied. Ann. 12. p. 145 u. 146. 1881.

Die Clausius'sche Zustandsgleichung hat mich demnach für keinen Körper zu einem befriedigenden Resultate geführt. Mit dieser Gleichung fällt eine Anzahl der sonst aufgestellten Formen der Zustandsgleichung fort, welche nur specielle Fälle der Clausius'schen sind, namentlich auch die bekannte und in mehrfacher Beziehung wichtige Gleichung, welche van der Waals durch theoretische Betrachtungen als angenähert gültig abgeleitet hat.

Im übrigen will ich an dieser Stelle nur noch eine Arbeit von Jochmann<sup>1)</sup> erwähnen, einmal, weil in derselben die für alle Untersuchungen dieser Art wichtige Frage behandelt ist, inwieweit die üblichen, resp. die aus den Angaben des Luftthermometers abgeleiteten Temperaturen den in den Formeln der mechanischen Wärmetheorie auftretenden absoluten Temperaturen entsprechen, sodann aber, weil diese Arbeit eine Kritik enthält, welche auch die Grundlage trifft, auf welcher ich meine Untersuchungen aufbauen werde. Die Kritik richtet sich gegen Joule und Thomson, die ihrerseits versucht hatten, das Luftthermometer mit der absoluten Temperaturscala zu vergleichen, dazu aber gar nicht die von W. Thomson selbst gegebene Definition der absoluten Temperaturscala, sondern eine hypothetische Eigenschaft stark verdünnter Gase benutzten.<sup>2)</sup>

Diese Kritik ist vom rein logischen Standpunkte aus durchaus begründet; andererseits entspricht aber die von Joule und Thomson angenommene Hypothese, dass das Mariotte-Gay-Lussac'sche Gesetz die Zustandsgleichung für genügend stark verdünnte Gase sei, so sehr allen unseren Anschauungen über die Natur der Gase, dass ihre Einführung den Grundsätzen einer vernünftigen Induction vollständig gemäss ist. Ich selbst werde diese Hypothese so lange für begründet halten, als mich ihre Consequenzen nicht auf Widersprüche mit der Erfahrung oder mit anderen besser begründeten Theorien führen.

1) Jochmann, Beiträge zur Theorie der Gase, Programm des Cölnischen Realgymnasiums. Berlin 1859.

2) Jochmann, l. c. p. 13.

Jochmann selbst hat in seinen weiteren Ausführungen seinen strengen Grundsätzen durchaus nicht treu bleiben können, namentlich liegt seinen Ausführungen die Annahme zu Grunde, dass die Abweichungen des Luftthermometers von der absoluten Temperatur unabhängig von der Dichte der Gasfüllung sind. Dass Regnault eine Uebereinstimmung in dem Gange von Luftthermometern bei verschiedener Dichte der Füllung gefunden hat, ist in dieser Beziehung nicht beweisend, da die von Jochmann abgeleitete Reduction unterhalb der Versuchsfehler Regnault's liegt. Auch hat ja Regnault die Uebereinstimmung zwischen dem Luft- und dem Kohlensäurethermometer nachgewiesen, während nach Jochmann ein recht merklicher Unterschied zwischen beiden vorhanden wäre.

Ein neuerdings von Weinstein<sup>1)</sup> gemachter Versuch, die Reduction des Gasthermometers auf die absolute Temperatur abzuleiten, beruht ganz auf der soeben besprochenen Annahme Jochmann's, führt aber noch eine neue willkürliche Beziehung ein, die ihrerseits keineswegs consequent durchgeführt ist.<sup>2)</sup> Ich glaube, nach den bis jetzt vorliegenden Thatsachen die Frage als eine durchaus offene hinstellen zu müssen, ob die Abweichung der Angaben eines gehörig corrigirten Gasthermometers bei gleichem Volumen von der absoluten Temperaturskala bei den besten Temperaturmessungen, welche unsere heutigen Messungsmittel erlauben, gegenüber den unvermeidlichen Fehlern in Frage kommen kann.<sup>3)</sup> Bei den bisher vorliegenden Messungen, welche zur

1) Weinstein, Ueber die Reduction der Angaben von Gasthermometern auf absolute Temperaturen. Inaug. Diss. Berlin 1881. Auch in „Metronomische Beiträge Nr. 3, herausgegeben von W. Foerster, Berlin 1881“.

2) Die Annahmen Weinstein's würden auf die folgende Form der Zustandsgleichung führen, in der  $R$ ,  $\alpha$ ,  $\nu$ ,  $\alpha$  Constanten sind:

$$p(v - \alpha) = RT^{2\nu+1}(v - \alpha)^\nu + \frac{\alpha}{\sqrt{v - \alpha}}.$$

3) Wegen der näheren Begründung dieser Ansicht muss auf eins der folgenden Kapitel verwiesen werden, welches die Frage der Constanz der Spannungscoefficienten speciell behandelt.

Bestimmung der Zustandsgleichung verwerthen werden können, kann eine derartige Differenz jedenfalls unberücksichtigt bleiben.

2. Die Zustandsgleichung bei geringen Dichten;  
allgemeine Formeln.

Ich werde annehmen, dass die Zustandsgleichung eines jeden Körpers sich in die folgende Form bringen lässt, solange wenigstens, als seine Dichte  $\delta = 1/v$  ein gewisses Maass nicht überschreitet:

$$(13) \quad p = RT\delta \{1 + T_1 \delta + T_2 \delta^2 + T_3 \delta^3 + \dots\}.$$

Dabei bezeichnet  $p$  den Druck,  $T$  die absolute Temperatur,  $\delta$  die Dichte des Körpers,  $R$  eine Constante,  $T_1, T_2, T_3 \dots$  Functionen der Temperatur. Die wichtigste Voraussetzung, welche der Formel zu Grunde liegt, ist die schon oben erwähnte, dass äusserst verdünnte Gase dem Mariotte-Gay-Lussac'schen Gesetze gehorchen; was sonst an der Formel willkürlich ist, die nicht ganz unbedenkliche Voraussetzung, dass die Abweichung vom Mariotte'schen Gesetze sich nach steigenden Potenzen von  $\delta$  entwickeln lässt, kann nur durch die Erfahrung geprüft werden.

Um die Anwendung der Formel (13) auf die Beobachtungen verschiedener Art zu erleichtern, sollen jetzt die wichtigsten aus derselben folgenden Beziehungen abgeleitet werden. Ich werde die Entwicklungen durchweg so weit treiben, als es geschehen kann, ohne dass weitere Glieder als die in (13) hingeschriebenen zugezogen werden müssen. Die Differentialquotienten nach der Zeit werde ich durch Indices andeuten:

Die Umkehrung der Reihe ergibt:

$$(14) \quad \delta = \frac{p}{RT} \left\{ 1 - \frac{T_1 p}{T R} + \frac{2 T_1^2 - T_2 p^2}{T^2 R^2} - \frac{5 T_1^3 - 5 T_1 T_2 + T_3 p^3}{T^3 R^3} \right\}.$$

Doch verdient bemerkt zu werden, dass das Geltungsbereich dieses Ausdruckes ein weit beschränkteres ist, als dass der Reihe (13). Es scheint nämlich nichts der Annahme im Wege zu stehen, dass diese, wenn nur die Zahl der Glieder gehörig vermehrt wird, auch auf grössere Dichten, resp. auf den flüssigen und selbst festen Zustand ausgedehnt werden

kann, falls, wie Poynting<sup>1)</sup> und Planck<sup>2)</sup> voraussetzen, auch zwischen dem letzteren und den beiden anderen Zuständen ein continuirlicher Uebergang stattfindet. Für den Ausdruck (14) ist aber eine solche Ausdehnung keinesfalls gestattet, da die Dichte eines Körpers im allgemeinen keine eindeutige Function von Druck und Temperatur ist.

Die Differentiation von (13) führt auf die folgenden Ausdrücke, welche dem Spannungs-, Ausdehnungs- und Compressibilitätscoëfficienten entsprechen:

$$(15) \left\{ \alpha = \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_\delta = R \delta \{ 1 + (TT_1)' \delta + (TT_2)' \delta^2 + (TT_3)' \delta^3 \}, \right.$$

$$(16) \left\{ \begin{aligned} \beta &= -\frac{1}{\delta^2} \left( \frac{\partial \delta}{\partial T} \right)_p = \frac{1}{\delta T} \{ 1 + (TT_1' - T_1) \delta \\ &+ (TT_2' - 2T_2 + 2T_1^2 - 2TT_1T_1') \delta^2 \\ &+ (TT_3' - 3T_3 - 2TT_1T_2' + 7T_1T_2 - 3TT_2T_1' + 4TT_1^2T_1' - 4T_1^3) \delta^3 \}, \end{aligned} \right.$$

$$(17) \left\{ \gamma = \frac{1}{\delta^2} \left( \frac{\partial \delta}{\partial p} \right)_T = \frac{1}{\delta^2 RT} \{ 1 - 2T_1 \delta + (4T_1^2 - 3T_2) \delta^2 \right. \\ \left. - (8T_1^3 - 12T_1T_2 + 4T_3) \delta^3 \} \right\}.$$

Zwischen den drei Ausdrücken besteht die Beziehung:

$$(18) \quad \beta = \alpha \gamma.$$

Mittelst dieser Werthe ergibt sich der Unterschied der beiden in mechanischem Maasse gemessenen specifischen Wärmen:

$$(19) \left\{ \begin{aligned} C_p - C_v &= \alpha \beta T \\ &= R \{ 1 + 2TT_1' \delta + (2TT_2' - T_2 + (TT_1' - T_1)^2) \delta^2 \\ &+ 2(TT_3' - T_3 + (TT_2' - 2T_2 + T_1^2 - TT_1T_1')(TT_1' - T_1)) \delta^3 \}. \end{aligned} \right.$$

Bildet man ferner aus (13) den Werth von  $\delta^2 p / \delta T^2$ , multiplicirt denselben mit  $-T d\delta / \delta^2$  und integrirt partiell nach  $\delta$ , so ergibt sich infolge der Gl. (7):

$$(20) \left\{ C_v = R\tau - RT\delta \left\{ (TT_1)'' + (TT_2)'' \frac{\delta^2}{2} + (TT_3)'' \frac{\delta^3}{3} \right\} \right\}.$$

Unter  $\tau$  ist dabei eine Function der Temperatur zu verstehen, welche aber in eine Constante übergeht, wenn man die Annahme macht, dass bei sehr geringer Gasdichte die

1) Poynting, Phil. Mag. 12. p. 32. 1881.

2) Planck, Wied. Ann. 15. p. 446. 1882.



specifischen Wärmen von der Temperatur unabhängige Werthe besitzen.

Durch Verbindung von (19) und (20) ergibt sich:

$$(21) \left\{ \begin{array}{l} C_p = R(1 + \tau) \\ - R\delta \left\{ T^2 T_1'' + (T^2 T_1'' - 2 T T_1' + 2 T_1 - 2(T T_1' - T_1)^2) \frac{\delta}{2} \right. \\ \left. - (T^2 T_1'' - 4 T T_1' + 6 T_1 - 6(T T_1 - 2 T_1 + T_1^2 - T T_1 T_1')(T T_1' - T_1)) \frac{\delta^2}{3} \right\} \end{array} \right.$$

oder, wenn man die Entwicklung nach  $\delta$  durch eine solche nach  $p$  ersetzt:

$$(22) \left\{ \begin{array}{l} C_p = R(1 + \tau) \\ - R T \left\{ T_1'' \frac{p}{R} + \left( \frac{T_2 - T_1^2}{T} \right)'' \frac{p^2}{2 R^2} + \left( \frac{T_2 - 3 T_1 T_1 + 2 T_1^2}{T} \right)'' \frac{p^3}{3 R^3} \right\} \end{array} \right.$$

Derselbe Werth ergibt sich auch directer aus der partiellen Differentialgleichung für  $C_p$  und der Gl. (14).

### 3. Die Zustandsgleichung bei geringen Dichten; Anwendung auf Kohlensäure; Regnault's Versuche.

Unter den Körpern, welche sich für die Anwendung der vorstehend entwickelten Formeln darbieten, nimmt die Kohlensäure eine hervorragende Stellung ein. Unter den gewöhnlichen, der Beobachtung am bequemsten zugänglichen Umständen nähert sich dieser Körper in seinen Eigenschaften soweit einem vollkommenen Gase, dass es genügt, nur die ersten Glieder der Reihen zu berücksichtigen, dabei sind die Abweichungen aber doch gross genug, dass ihre Gesetze mit einiger Sicherheit abgeleitet werden können. Ausserdem forderte dieser Körper durch seine bequeme Herstellungsweise und gerade durch seine Abweichungen von den normalen Eigenschaften eines Gases vielfach zur Untersuchung heraus, sodass wir von ihm mehr und vollständigere Untersuchungen besitzen als von irgend einem anderen Gase.

Bei der Benutzung der verschiedenen Beobachtungen erschien ein Zurückgehen auf die Originalarbeiten als unumgänglich. Aeusserst selten sind die von den Beobachtern angegebenen Resultate der eigentliche Ausdruck ihrer Beobachtungen, da die meisten Messungen nicht sowohl den Werth bestimmter physikalischer Grössen als vielmehr nur

Relationen zwischen solchen Grössen geben, ohne dass es üblich wäre, diese Relationen selbst als Resultat der Messung aufzustellen. Soweit ich eine Neubearbeitung von Beobachtungen für nöthig gehalten habe, bin ich meist ziemlich summarisch verfahren; ohne das Princip der Wahrscheinlichkeitsrechnung aus den Augen zu verlieren, habe ich mich nur selten strenge an das Schema der Methode der kleinsten Quadrate gebunden. Die schwierige und delicate Frage, welches Zutrauen die einzelnen Beobachter und Beobachtungen verdienen, habe ich mehrfach entscheiden müssen, ohne deshalb den Anspruch zu machen, sie richtig gelöst zu haben; es würde dies eine Fülle von Detailkenntnissen der verschiedensten Art erfordern.

Für Kohlensäure von mässigen Dichten liegen vor allem die Messungen Regnault's vor, auf welche nun näher eingegangen werden soll. Ich werde die aus den verschiedenen Beobachtungsreihen sich ergebenden Gleichungen aufstellen und, wenn es angänglich ist, beiläufig auflösen; schliesslich soll dann untersucht werden, welche Resultate aus der Zusammenfassung der Beobachtungen verschiedener Art gezogen werden können.

Die Dichte der Kohlensäure ist von Regnault gleichzeitig mit der Dichte von Luft, Stickstoff, Wasserstoff und Sauerstoff dadurch bestimmt worden, dass er einen Glasballon, der bei 0° und bei den beiden Drucken  $p_1$ ,  $p_2$  mit dem Gase gefüllt worden war, beidemal wog und den Gewichtsverlust bestimmte.<sup>1)</sup> Die folgende Tabelle enthält in den 5 ersten Columnen die mittleren Resultate von Regnault's Versuchen:

1) Regnault, Relation des expériences entreprises pour déterminer les principales lois et les données numériques qui entrent dans le calcul des Machines à Vapeur. 1. Paris 1847. p. 121—158. Ich werde die drei Bände dieses Werkes einfach mit Regnault 1, 2 und 3 citiren. Die beiden letzten Bände sind 1862 und 1870 erschienen. Dasselbe Werk ist auch in den Bänden 21, 26, 37 der Mém. de l'Acad. d. Sc. enthalten.

Körper	Zahl der Versuche	$p_1$	$p_2$	Gewichtsverlust	reducirtes Gewicht
		mm	mm	g	g
Luft . . . .	9	757,514	5,516	12,6439	1,29278
Stickstoff . .	6	761,267	5,653	12,3407	1,25587
Wasserstoff <sup>1)</sup> {	2	752,145	1,880	0,8740	0,08951
	3	753,483	2,053	0,8752	0,08955
Sauerstoff . .	3	749,067	4,290	13,8450	1,42931
Kohlensäure .	5	757,724	1,626	19,4886	1,97673

Das Gewicht des den Ballon füllenden Wassers war 9880,00 g bei 0° und 9882,15 g bei 4°. Reducirt man diese Zahlen auf eine Temperatur des Ballons von 0°<sup>2)</sup> und des Wassers von 4°<sup>3)</sup>, so erhält man 9881,26 und 9881,14. Ich habe daher angenommen, dass der Ballon bei 0° 9,88120 l fasste. Dividirt man den „Gewichtsverlust“ durch diese Zahl und ausserdem durch  $p_1 - p_2$  und multiplicirt denselben mit 759,748 mm, dem Werthe einer Atmosphäre bei Regnault<sup>4)</sup>, so erhält

1) Die ersten für Wasserstoff angegebenen Zahlen sind das Mittel der beiden letzten sehr gut stimmenden Bestimmungen Regnault's, die erste Bestimmung könnte aus demselben Grunde minder genau ausgefallen sein, aus dem Regnault die erste Reihe für Sauerstoff verworfen hat, nämlich wegen Unreinheit des Gases.

2) Den von Regnault angegebenen cubischen Ausdehnungscoefficienten des Glases 0,000 023 5 habe ich in 0,000 025 5 verändert, um dem Umstande Rechnung zu tragen, dass Regnault den Ausdehnungscoefficienten von Dulong und Petit benutzte, während nach Broch der mittlere Ausdehnungscoefficient des Quecksilbers zwischen 0 und 100° um 0,000 020 grösser ist. Vgl. Regnault, 1. p. 31; Broch, Dilatation du Mercure. Travaux et Mémoires du Bureau international des Poids et Mesures, 2. Paris 1883.

3) Zur Berechnung der Ausdehnung des Wassers benutze ich die folgende Formel, welche, von grosser Einfachheit und dem Gedächtnisse leicht einzuprägen, die Beobachtungen, wie mir scheint, mit aller wünschenswerthen Genauigkeit wiedergibt und noch für hohe Temperaturen anwendbar bleibt:

$$\frac{v-1}{v^3} = (1-\delta)\delta^2 = x\left(1 - \frac{T_\mu}{T}\right)^3.$$

Dabei ist  $x = 0,6$ ;  $T = 274^\circ + t$ ;  $T_\mu = 278^\circ$  zu setzen.

4) Der im Texte angegebene Werth bezieht sich eigentlich auf Sévres, während nach Broch für Regnault's Laboratorium eine Atmosphäre gleich 759,746 mm ist. Der Unterschied liegt aber vollständig innerhalb der Fehlergrenze von Regnault's Messungen. Vgl. Broch,

man die in die Colonne „reducirtes Gewicht“ eingetragenen Zahlen.

Um nun die Gleichung aufzustellen, welche dem Resultate für Kohlensäure entspricht, möge die Gleichung (14) auf die beiden Füllungen angewandt werden. Zieht man die resultirenden Gleichungen voneinander ab und dividirt durch  $p_1 - p_2$ , so ergibt sich:

$$(23) \left\{ \begin{aligned} \frac{\delta_1 - \delta_2}{p_1 - p_2} &= \frac{1}{RT} \left\{ 1 - \frac{T_1}{RT} (p_1 + p_2) + \frac{2T_1^2 - T_2^2}{R^2 T^2} (p_1^2 + p_1 p_2 + p_2^2) \right. \\ &\quad \left. - \frac{5T_1^3 - 5T_1 T_2 + T_3}{R^3 T^3} (p_1^3 + p_1^2 p_2 + p_1 p_2^2 + p_2^3) \right\}. \end{aligned} \right.$$

Gilt die Dichte des Wassers bei 4° als Einheit der Dichten und der Atmosphärendruck als Druckeinheit, so ist die Grösse linker Hand in der Gleichung (23) gleich dem durch 1000 dividirten „reducirten Gewicht“ der Tabelle. Bei Umwandlung der  $p_1$  und  $p_2$  in Atmosphären, ergibt sich daher unter Fortlassung des letzten Gliedes der Gleichung (23):

$$(1.) 0,00197673 = \frac{1}{RT} \left\{ 1 - 0,9996 \frac{T_1}{RT} + 1,00 \frac{2T_1^2 - T_2^2}{R^2 T^2} \right\}; \text{ bei } 0^\circ.$$

Bei einer der schon im Mittel benutzten Reihen hat Regnault noch Wägungen bei zwei zwischenliegenden Drucken angestellt.<sup>1)</sup> Behandelt man diese Beobachtungen in gleicher Weise, und indem man sie mit der Beobachtung bei sehr kleinem Drucke verbindet, so erhält man:

$$(2.) \left\{ \begin{aligned} 0,00197673 &= \frac{1}{RT} \left\{ 1 - 0,9939 \frac{T_1}{RT} + 0,99 \frac{2T_1^2 - T_2^2}{R^2 T^2} \right\} \\ 0,00196972 &= \frac{1}{RT} \left\{ 1 - 0,4969 \frac{T_1}{RT} + 0,25 \frac{2T_1^2 - T_2^2}{R^2 T^2} \right\} \\ 0,00196689 &= \frac{1}{RT} \left\{ 1 - 0,2996 \frac{T_1}{RT} + 0,09 \frac{2T_1^2 - T_2^2}{R^2 T^2} \right\} \end{aligned} \right\} \text{ bei } 0^\circ.$$

Die Gleichungen (2.) werden bei Vernachlässigung des letzten Terms beiläufig erfüllt durch:

Travaux et Mémoires du Bureau international des Poids et Mesures, 1. p. A. 29. (Durch einen Druckfehler ist hier eine Null in der Zahl fortgefallen, welche das Verhältniss der Schwere angibt, dieselbe muss 1,0003341 lauten.)

1) Regnault, 1. p. 148.

$$(3a) \quad \frac{1}{RT} = 0,00196266; \quad \frac{T_1}{RT} = -0,00722 \text{ bei } 0^\circ.$$

Auch bei  $100^\circ$  hat Regnault eine analoge Beobachtung ausgeführt.<sup>1)</sup> Dem Umstande, dass die Temperatur bei den verschiedenen Füllungen nicht genau dieselbe war, trägt man leicht Rechnung, indem man die Drucke mit einem angenäherten Werth des Spannungscoefficienten auf  $100^\circ$  reducirt. Ferner ist der Inhalt des Ballons jetzt gleich 9,90639 l zu setzen; im übrigen bleibt die Rechnung dieselbe. Man erhält so:

$$(4a) \quad \left\{ \begin{array}{l} 0,00144022 = \frac{1}{RT} \left\{ 1 - 1,0069 \frac{T_1}{RT} + 1,01 \frac{2T_1^2 - T_2}{R^2 T^2} \right\} \\ 0,00143899 = \frac{1}{RT} \left\{ 1 - 0,4579 \frac{T_1}{RT} + 0,20 \frac{2T_1^2 - T_2}{R^2 T^2} \right\} \end{array} \right\} \text{ bei } 100^\circ,$$

und daraus unter Vernachlässigung des letzten Terms:

$$(5a) \quad \frac{1}{RT} = 0,00143796; \quad \frac{T_1}{RT} = -0,00156; \text{ bei } 100^\circ.$$

Dass, entgegen der Behauptung Regnault's, aus diesem Versuche eine merkliche Abweichung der Kohlensäure vom Mariotte'schen Gesetze bei  $100^\circ$  folgt, hat schon Blaserna<sup>2)</sup> gezeigt.

Endlich hat Regnault bei zwei der in Gleichung (1a) verwertheten Beobachtungen ausserdem noch den Ballon auf gegen  $100^\circ$  erhitzt und das Gewicht des dabei austretenden Gases bestimmt.<sup>3)</sup> Man erhält dieses Gewicht, wenn man das Volumen des Ballons bei  $0^\circ$  mit der Dichte des Gases bei dieser Temperatur multiplicirt und davon das entsprechende für die höhere Temperatur gebildete Product abzieht. Für die Dichte des Gases ist dabei der Werth aus Gleichung (14) einzusetzen. Führt man die Rechnung mit den Mittelwerthen sämmtlicher Elemente der beiden Beobachtungen Regnault's aus, so ergibt sich in den früheren Einheiten:

1) Regnault, 1. p. 149. Die von Regnault nicht angegebene Temperatur bei dem geringen Drucke war  $99,87^\circ$ , wie aus dem Barometerstande 756,51 mm (statt des offenbaren Druckfehlers 756,51 g) folgt.

2) Blaserna, Compt. rend. 69. p. 133. 1869.

3) Regnault, 1. p. 147.

$$(6_a) \left\{ \begin{aligned} 0,000\,533\,28 &= \frac{1}{R} \left\{ \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} - \frac{T_{1,0}}{R T_0^2} + \frac{T_1}{R T^2} + \frac{2 T_{1,0}^2 - T_{1,0}}{R^2 T_0^3} \right. \\ &\quad \left. - \frac{2 T_1^2 - T_2}{R^2 T^3} + 0,00061 \left( \frac{1}{T} + \frac{1}{T_0} \right) - \frac{0,0025}{R} \left( \frac{T_{1,0}}{T_0^2} + \frac{T_1}{T^2} \right) \right\}. \end{aligned} \right.$$

Dabei sind  $T_0, T_{1,0}, T_{2,0}$  die Werthe der Grössen  $T, T_1, T_2$  bei  $0^\circ$ ; die Grössen ohne Index beziehen sich auf die Temperatur von  $99,895^\circ$ ,

Ich gehe jetzt zu einer anderen Versuchsreihe Regnault's über, welche ebenfalls auf Wägungen beruht, aber in der angewandten Methode interessante Eigenthümlichkeiten zeigt.<sup>1)</sup> Zwei Messingcylinder von bekanntem Inhalt wurden mit Kohlensäure gefüllt, während der eine auf  $0^\circ$  der andere nahe bei  $100^\circ$  erhalten wurde. Der Druck des Gases war unbekannt, aber, da die Cylinder miteinander communicirten, in beiden genau derselbe. Hierauf konnten die Cylinder voneinander getrennt und mit ihrer Gasfüllung gewogen; also die Dichte des in ihnen enthaltenen Gases bestimmt werden.

Die Theorie des Versuches ergibt sich, wenn man die Gleichung (13) auf die beiden Cylinder anwendet und durch Gleichsetzen der rechten Seiten den Druck  $p$  eliminirt. Man erhält, wenn man den auf die Temperatur  $0^\circ$  sich beziehenden Grössen den entsprechenden Index gibt:

$$(24) \left\{ \begin{aligned} 0 &= \delta T - \delta_0 T_0 + \delta^2 T T_1 - \delta_0^2 T_0 T_{1,0} + \delta^3 T T_2 \\ &\quad - \delta_0^3 T_0 T_{1,0} + \delta^4 T T_3 - \delta^4 T_0 T_{3,0}. \end{aligned} \right.$$

Diese Gleichung ist eine lineare Beziehung zwischen den Temperaturfunctionen und den beobachteten Dichten und würde daher durch Anwendung auf die Beobachtungen die ersteren zu bestimmen erlauben. Weil aber in erster Annäherung das Verhältniss der beiden Dichten eine Constante ist, so lassen sich die verschiedenen Glieder bei Auflösung der Gleichungen nicht genügend voneinander trennen. Man gelangt zu einer praktischeren Form, wenn man das Verhältniss zwischen den Dichten als Function der absoluten Dichte ausdrückt. Wir setzen daher<sup>2)</sup>:

1) Regnault, 2. p. 567.

2) Die Ausdrücke für die Coefficienten werden symmetrisch, aber nicht einfacher, wenn man  $\delta_0 - \delta$  nach Potenzen von  $\delta + \delta_0$  statt von  $\delta$  entwickelt.



$$(25) \quad \frac{\delta_0 - \delta}{\delta} = l + m\delta + n\delta^2 + o\delta^3.$$

Die Coëfficienten ergeben sich leicht, wenn man den aus (25) folgenden Werth von  $\delta_0$  in (24) einsetzt:

$$(26) \quad \begin{cases} l = \frac{T - T_0}{T_0}, & m = T \frac{T_0 T_1 - T T_{1,0}}{T_0^2}, \\ n = T \frac{T_2 T_0^2 - T_{2,0} T^2}{T_0^3} - 2m T \frac{T_{1,0}}{T_0}, \\ o = T \frac{T_3 T_0^3 - T_{3,0} T^3}{T_0^4} - 2n \frac{T T_{1,0}}{T_0} - m \left( T_{1,0} m + 3 \frac{T^2 T_{2,0}}{T_0^2} \right). \end{cases}$$

Bei Anwendung auf Regnault's Beobachtungen habe ich den Inhalt der von ihm benutzten Cylinder neu berechnet<sup>1)</sup> indem ich meine oben angegebene Formel für die Ausdehnung des Wassers und den Ausdehnungscoëfficienten 0,000 056 4 für Messing anwandte. Es ergab sich dabei der Inhalt bei resp. 0° und 100° zu 1,119 354 l und 1,122 180 l. Das eigentliche Resultat, welches wesentlich nur von dem Verhältniss der Cylinder abhängt, ändert sich aber kaum, wenn man die Regnault'schen Zahlen adoptirt. Man erhält folgende Zahlen.<sup>2)</sup>

	$\frac{\delta_0 - \delta}{\delta}$	$\delta$	Temp.	$\frac{\delta_0 - \delta}{\delta}$
				bei 100°
(7.)	0,39977	0,007 985	100,055°	0,39955
	0,40098	08 221	100,090	40062
	0,42266	13 500	100,020	42258
	0,42504	15 493	99,967	42518
	0,43969	16 223	99,786	44063
	0,44119	16 663	100,087	44081
	0,48620	23 277	100,084	48579

Die Zahlen der vierten Columnne sind erhalten, indem man die erste Columnne durch die Temperatur dividirte und mit 100 multiplicirte. Diese Reduction auf 100° ist nicht scharf, weil sie nur dem ersten Hauptgliede der Gleichung (25) entspricht, dürfte aber bei ihrem nicht sehr bedeutenden Betrage genügen.

Eine von anderen Versuchen unabhängige Verwerthung

1) Vgl. Regnault, 2. p. 570.

2) Vgl. Regnault, 2. p. 575.

erlauben die Zahlen (7.) nicht, da einige derselben, wie die schlechte innere Uebereinstimmung zeigt, stark fehlerhaft sind, und ausserdem die Reihe (25) für die grösseren Werthe der Dichte so langsam convergirt, dass die Glieder mindestens bis zur dritten Potenz von  $\delta$  berücksichtigt werden müssen.

Eine dritte Beobachtungsreihe Regnault's für Kohlensäure, welche auf Wägungen beruht, kann nicht benutzt werden, da gar kein Detail vorliegt.<sup>1)</sup>

Von den beiden Reihen, in welchen Regnault die Compressibilität der Kohlensäure durch Messung des Volumens bei verschiedenen Drucken bestimmte, ist bei der einen<sup>2)</sup> die genaue Temperatur leider nicht bekannt, und es bleibt nur übrig, dieselbe entsprechend der Temperatur bei den anderen untersuchten Gasen vorauszusetzen. Im übrigen lassen sich die Versuche, welche bis zu einem Drucke von 7 Atmosphären gehen, befriedigend darstellen durch<sup>3)</sup>:

$$p = 1,490\,663\delta - 0,01803\delta^2.$$

Die Volumeneinheit ist eine willkürliche, die  $\delta$  sind also mit einem willkürlichen Factor behaftet zu denken. Eliminirt man denselben und drückt man ausserdem  $p$ , welches oben in Metern Quecksilber gegeben ist, in Atmosphären aus, so erhält man das Resultat:

$$(8_*) \quad \frac{T_1}{RT} = 0,00617 \text{ bei } 9,2^\circ (?).$$

Die gewöhnlich allein berücksichtigte Versuchsreihe Regnault's<sup>4)</sup> gilt für eine Mitteltemperatur von  $3,2^\circ$  und geht bis zu 26 Atmosphären. Ihre Berechnung ist weit umständlicher, da die Gasfüllung und damit die Einheit für die Dichte nur für zwei oder drei verschiedene Drucke dieselbe

1) Regnault, 2. p. 123.

2) Regnault, 2. p. 236.

3) Dass Weinstein, Inaug.-Diss. p. 24, Metronomische Beiträge p. 86, trotz Einführung eines weiteren Terms zu keiner genügenden Uebereinstimmung gelangt, liegt an einem principiellen Fehler seiner Ausgleichungsrechnung. Dieselbe setzt nämlich die erste Beobachtung Regnaults als fehlerfrei voraus.

4) Regnault 1. p. 388.

blieb und von Reihe zu Reihe wechselte. Es würde daher hier einfacher sein, die Drucke als Argument einzuführen, wenn dem nicht wieder die geringere Convergenz der Reihe, welche die Dichte als Function des Druckes gibt, entgegenstände. Diese Schwierigkeiten haben Jochmann und Weinstein bewogen, bei der von Regnault selbst gegebenen Berechnung stehen zu bleiben, obgleich bei derselben nur ein Theil der Beobachtungen benutzt wird.

Ich selbst habe zunächst aus den Regnault'schen Originalzahlen die Mittelwerthe der correspondirenden Lesungen von Druck und Volumen (Columnne 2 und 3 der folgenden Tabelle) und damit die Producte  $p v$  gebildet. Sodann habe ich durch Interpolation nach den Drucken diejenigen Factoren aufgesucht, durch welche die Volumina in den verschiedenen Serien auf nahezu dieselbe Einheit reducirt werden. Die Werthe der so erhaltenen reciproken Volumina  $\delta$  (Columnne 4) dienten dann als Argument, um die Drucke darzustellen. Die Coëfficienten der schliesslich angenommenen Formel habe ich indessen durch Berechnung der einzelnen Reihen erhalten, sodass die angeführte Reduction nur dazu gedient hat, die Resultate der einzelnen Reihen unmittelbar miteinander vergleichbar zu machen. Die Berechnung nach der Formel:

$$\frac{p}{\delta} = 1,1834 - 0,011\,892\,\delta + 0,000\,033\,3\,\delta^2$$

lässt die in Columnne 5 in Einheiten der fünften Decimale angegebenen Fehler übrig, wenn man berücksichtigt, dass ein constanter Fehler der ganzen Serie der nicht ganz scharf ausgeführten Reduction zuzuschreiben ist.

Die noch vorhandenen Differenzen zeigen in den einzelnen Reihen durchweg einen systematischen Gang. Doch würde eine schärfere Rechnung denselben nicht fortbringen können, wie namentlich die Vergleichung der drei letzten Reihen zeigt. Auch die Berücksichtigung der Temperaturunterschiede für die verschiedenen Reihen kann, wie eine beiläufige Ueberlegung zeigt, das Resultat nicht wesentlich ändern.

Temp.	$p$	$r$	$\delta$	$B - R$
3,27°	<sup>m</sup> 0,76470	1939,67	0,6500	+69 <sup>1)</sup>
	1,51721	970,09	1,2997	-69
3,31	1,41347	1938,46	1,2071	+ 8
	2,78909	970,02	2,4169	- 8
3,32	2,16454	1939,74	1,8638	+ 3
	4,24716	969,92	3,7274	- 3
3,65	3,18596	1943,20	2,7696	-62
	6,20473	969,95	5,5866	+ 4
	11,28611	506,17	10,6319	+58
(9 <sub>a</sub> ) 3,56	3,80740	1939,96	3,3282	-32
	7,35897	969,94	6,6544	+15
	11,19607	612,12	10,5479	+17
3,20	4,87741	1939,79	4,8052	-22
	9,33205	969,65	8,6124	-21
	14,42762	591,89	14,1417	+42
3,16	6,82014	1939,21	6,1370	-27
	12,79141	969,82	12,2708	+ 3
	20,28408	553,34	21,5051	+24
3,15	8,39494	1939,66	7,6737	+28
	15,48290	969,79	15,3495	- 4
	20,70782	673,24	22,1107	-24
2,68	9,61798	1935,51	8,8971	+61
	17,45204	969,88	17,7511	-12
	20,74008	777,21	22,1567	-44

Berücksichtigt man, dass in dem oben gegebenen Ausdrücke von  $p/\delta$  die Grösse  $\delta$  mit einem willkürlichen Factor behaftet, und dass die Einheit des Druckes 1 m Quecksilber ist, so gibt die Vergleichung mit Formel (13) in den stets benutzten Einheiten als Resultat dieser Versuchsreihe:

$$(10_a) \quad \frac{T_1}{RT} = -0,006452; \quad \frac{T_2}{R^2 T^2} = 0,00001160 \quad \text{bei } 3,2^\circ.$$

Die Methoden, welche Regnault zur Bestimmung des Ausdehnungs-, resp. Spannungscoefficienten der Gase benutzt hat, kommen, soweit sie nicht schon behandelt sind, darauf zurück, dass das Gas von der Dichte  $\delta$  und dem Drucke  $p_0$ , welche es bei der Temperatur  $0^\circ$  hatte, auf die Dichte  $\delta/(1+k)$  und den Druck  $p$  bei einer Temperatur in

1) Die beiden ersten Serien Regnault's sind in diese zusammengezogen.

der Nähe von  $100^{\circ}$  gebracht wird. Die Drucke  $p$  und  $p_0$  und das Verhältniss der Dichten, also die Grösse  $k$ , sind durch den Versuch gegeben.

Wendet man auf die beiden Temperaturen die Gleichung (13) an, so erhält man:

$$\frac{p_0}{\delta} = RT_0 + RT_0 T_{1,0} \delta + RT_0 T_{2,0} \delta^2 + RT_0 T_{3,0} \delta^3,$$

$$\frac{p(1+k)}{\delta} = RT + RTT_1 \frac{\delta}{1+k} + RTT_2 \left( \frac{\delta}{1+k} \right)^2 + RTT_3 \left( \frac{\delta}{1+k} \right)^3.$$

Zieht man die erste Gleichung von der letzteren ab und dividirt die Differenz durch die erste Gleichung, so ergibt sich:

$$\frac{p - p_0 + kp}{p_0 (T - T_0)} = \frac{1}{T_0} \cdot \frac{1 + \frac{T T_1 - T_0 T_{1,0} (1+k)}{(1+k)(T - T_0)} \delta + \frac{T T_2 - T_0 T_{2,0} (1+k)^2}{(1+k)^2 (T - T_0)} \delta^2 + \frac{T T_3 - T_0 T_{3,0} (1+k)^3}{(1+k)^3 (T - T_0)} \delta^3}{1 + T_{1,0} \delta + T_{2,0} \delta^2 + T_{3,0} \delta^3}.$$

Dies ist die im allgemeinen als Ausdehnungscoefficient bezeichnete und aus den Versuchen berechnete Grösse. Für die Anwendung ist der Ausdruck rechter Hand nach Potenzen von  $\delta$  zu entwickeln; sodann ist das nicht direct gegebene  $\delta$  durch  $p_0$ , den Druck bei  $0^{\circ}$  zu ersetzen. Treibt man diese Entwicklung bis zum dritten Gliede, so ergibt sich:

$$(28) \quad \frac{p - p_0 + kp}{p_0 (T - T_0)} = \frac{1}{T_0} \left\{ 1 + \frac{\lambda p_0}{R T_0} + \frac{\mu p_0^2}{R^2 T_0^2} + \frac{\nu p_0^3}{R^3 T_0^3} \right\};$$

$$(39) \quad \begin{cases} \lambda = \frac{T}{T - T_0} \left( \frac{T_1}{1+k} - T_{1,0} \right); \\ \mu = \frac{T}{T - T_0} \left( \frac{T_2}{(1+k)^2} - T_{2,0} \right) - 2\lambda T_{1,0}; \\ \nu = \frac{T}{T - T_0} \left( \frac{T_3}{(1+k)^3} - T_{3,0} \right) - 3\mu T_{1,0} - \lambda T_{1,0}^2. \end{cases}$$

Zwischen denselben Temperaturgrenzen ist daher der Ausdehnungscoefficient noch als Function von dem Anfangsdruck  $p_0$  und vom Verhältniss der beiden Volumina, d. h. von  $k$  zu betrachten.

Die gegebenen Formeln lassen sich auf drei der Versuchsreihen Regnault's für Kohlensäure anwenden, und

man erhält aus den Originaldaten Regnault's die in folgender Tabelle zusammengestellten Mittelwerthe;

Siede- temperatur	Ausdehnungs- coefficient	$p_0$	$k$	$B - R$
99,61°	0,003 691 4	<sup>m</sup> 0,5568	0,0156	+82
99,89	3 686 7	0,5552	0,0026	+40 <sup>1)</sup>
99,96	3 688 0	0,7585	0,0026	-66 <sup>2)</sup>
99,99	3 754 3	1,7427	0,0026	+14
99,93	3 861 8	3,5890	0,0026	-2 <sup>3)</sup>
100,23	3 696 3	0,9010	0,0026	-68

Als Ausdehnungscoefficienten habe ich die von Regnault berechneten Werthe mit folgenden Correctionen angenommen. Da Regnault die Ausdehnung des Quecksilbers nach Dulong und Petit annahm, und auf dieser der von Regnault angenommene Ausdehnungscoefficient seiner Glasgefäße beruht, so habe ich sämtliche Werthe der Ausdehnungscoefficienten um 20 Einheiten der siebenten Stelle vermehrt. Ferner habe ich die drei ersten Bestimmungen um resp. 3, 3 und 4 Einheiten vergrößert, um der Ausdehnung des Ballons durch Vermehrung des Druckes Rechnung zu tragen. Bei der ersten Bestimmung besteht eine gewisse Unklarheit, ob die Reduction der bei der Eispunktsbestimmung emporgehobenen Quecksilbersäule auf 0° von Regnault in richtiger Weise ausgeführt ist; doch habe ich eine betreffende Correction unterlassen.

Der Werth von  $k$  in den obigen Bestimmungen ist klein genug, um zu erlauben, dass die von  $k$  abhängigen Glieder als Correctionsgrößen betrachtet werden können. Berücksichtigt man nur die ersten Potenzen von  $p_0$  und  $k$ , so folgt aus den Gleichungen (28) und (29) der Werth der dem Ausdehnungscoefficienten zuzufügenden Correctionsgröße gleich  $k p_0 T T_1 / 100 R T_0^3$ . Ich habe dieselbe zu resp. -5, -1, -1, -2, -5, -1 Einheiten der siebenten Decimale angenommen.

Die corrigirten Werthe des Ausdehnungscoefficienten

1) Regnault, 1. p. 82; Beschreibung der Methode p. 34.

2) Regnault, 1. p. 83; Methode p. 83.

3) Regnault, 1. p. 111; Methode p. 100.



werden durch  $0,003\,649\,8 + 0,000\,059\,0\,p_0$  mit den in der obigen Tabelle unter  $B - R$  in Einheiten der siebenten Decimale gegebenen übrig bleibenden Fehlern dargestellt. Man erhält daher als beiläufiges Resultat dieser Bestimmungen in den früheren Einheiten:

$$(11_a) \quad \frac{1}{T_0} = 0,003\,649\,8; \quad \frac{T_{100} - T_{10}}{RT_0} = 0,003\,284.$$

Aus den Gleichungen (3<sub>a</sub>) und (5<sub>a</sub>) folgen für dieselben Grössen die Werthe  $0,003\,648\,9$  und  $0,005$ .

In den Formeln (28), (29) ist ein Umstand ausser acht gelassen, welcher bei allen Ausdehnungsbestimmungen eine wichtige Rolle spielt. Derselbe besteht darin, dass nicht die ganze Gasmasse den Temperaturen  $0$  und  $100^\circ$ , sondern ein Theil davon der Zimmertemperatur ausgesetzt ist. Bei den bisher behandelten Versuchen war die Gasmasse von abweichender Temperatur so klein, dass die von Regnault ausgeführte Correction, welche auf der Voraussetzung der Gültigkeit des Mariotte-Gay-Lussac'schen Gesetzes beruht, genügte. Es liegen aber auch einige Bestimmungen vor, bei denen die ganze Gasmasse, welche aus einem Glasballon durch dessen Erwärmung von  $0$  auf  $100^\circ$  bei demselben Drucke austritt, der Zimmertemperatur ausgesetzt war, und welche eine besondere Behandlung erfordern.

Um die Formeln so einfach als irgend möglich zu gestalten, werde ich voraussetzen, dass der Druck des Gases genau derselbe blieb, und dass auch die Temperatur der Gasmasse, soweit sie nicht in dem Ballon auf  $0$  und  $100^\circ$  gebracht wurde, dieselbe war.  $\delta_0$ ,  $\delta_{100}$ ,  $\delta$  seien die Dichten des Gases bei den absoluten Temperaturen  $T_0$ ,  $T_{100}$ ,  $T$ , von denen die letzte der Zimmertemperatur entsprechen soll. Dann ist der Werth der von Regnault als Ausdehnungscoefficient berechneten Grösse:

$$(39) \quad \frac{T_0}{100\,\delta\,T - T_0(\delta_0 - \delta_{100})} = \frac{1}{T_0} \{1 + \lambda_1 p + \mu_1 p^2\}.$$

Die Coefficienten  $\lambda_1$  und  $\mu_1$  ergeben sich, wenn man statt der  $\delta$  ihre Werthe nach Gleichung (14) einführt und nach Potenzen von  $p$  entwickelt zu:

$$(31) \begin{cases} \lambda_1 = \frac{T_{100}}{100 R T_0} \left\{ T_0 \frac{T_{1,100}}{T_{100}} - T_{100} \frac{T_{1,0}}{T_0} + 100 \frac{T_1}{T} \right\} \\ \mu_1 = \frac{T_{100}}{100 R^2 T_0} \left\{ T_0 \frac{T_{2,100} - 2 T_{1,100}^2}{T_{100}^2} - T_{100} \frac{T_{2,0} - 2 T_{1,0}^2}{T_0^2} + 100 \frac{T_2 - 2 T_1^2}{T^2} \right. \\ \quad \left. - \frac{\lambda_1}{R} \left\{ \frac{T_{1,100}}{T_{100}} + \frac{T_{100}}{T T_0} T_1 - \frac{T_{100}}{T_0^2} T_{1,0} \right\} \right\} \end{cases}$$

Für die beiden Versuchsreihen, welche Regnault nach dieser Methode angestellt hat<sup>1)</sup>, gelten die folgenden Elemente. Dabei habe ich auch hier den Ausdehnungscoefficienten um 20 Einheiten vergrößert.

(12 <sub>a</sub> )	Ausdehnungs- coefficient	<i>p</i>	Zimmer- temperatur	Siede- temperatur
	0,003 711 9	<sup>m</sup> 0,756	18,9°	99,85°
	0,003 847 5	2,525	17,8	99,59

Die Resultate können nicht gut für sich allein verwerthet werden.

Hiermit sind die von Regnault in seinem Hauptwerke mitgetheilten Versuche über Kohlensäure erschöpft, soweit wenigstens, als dieselben sich auf Zustandsänderungen des Gases beziehen, bei denen die Wärmemenge unberücksichtigt bleibt, die erforderlich ist, um die Zustandsänderung herbeizuführen. Die Versuche gestatten die Berechnung der Werthe von *R*, d. h. der theoretischen Dichte der Kohlensäure<sup>2)</sup>, von *T*<sub>0</sub>, d. h. der absoluten Temperatur des Eispunktes und einiger Werthe der Temperaturfunction *T*<sub>1</sub>. Um aber den vollen Nutzen aus denselben ziehen zu können, ist eine angenäherte Kenntniss derjenigen Grössen erforderlich, deren Einfluss auf die Resultate zu gering oder zu wenig veränderlich ist, um aus denselben mit Sicherheit bestimmt werden zu können, aber doch gross genug, um dieselben merklich zu beeinflussen. Wir gehen daher auf die Untersuchungen näher ein, welche bei grösseren Dichten angestellt sind.

1) Regnault 1. p. 83 u. 116; Methode p. 59 u. 112.

2) Wie schon andere, hat auch Clarke, Phil. Mag. (5) 12. p. 101. 1881 die Regnault'schen Bestimmungen der Gasdichten benutzt, um das Verhältniss der Atomgewichte der betreffenden Gase abzuleiten, ist dabei aber von der Dichte beim Atmosphärendruck ausgegangen. Die Reduction auf unendlich geringen Druck wird um so merklicher, als sie für Wasserstoff mit dem entgegengesetzten Zeichen auftritt als bei den anderen Gasen.

VIII. *Ueber die Einwirkung stark comprimirter Kohlensäure auf Glas unter dem Einfluss von Licht;*  
*von L. Pfaundler.*

R. Bunsen hat in diesen Annalen<sup>1)</sup> überraschende Versuche über die Verdichtung der Kohlensäure an blanken Glasflächen veröffentlicht, welche einen derartigen Verlauf zeigten, dass man an eine allmähliche chemische Einwirkung der Kohlensäure auf das Glas zu denken veranlasst wurde. Bunsen selbst glaubte jedoch eine solche Vermuthung als haltlos erklären zu müssen, da eine solche chemische Wirkung des Kohlensäureanhydrides mit dessen sonstigem chemischen Verhalten sich nicht zusammenreimen liess. Durch anderweitige Erwägungen gelangte sodann Bunsen zu der Annahme, dass sich die Kohlensäure auf der Glasoberfläche zu einer Schicht flüssigen Anhydrides verdichtet habe und zum Theil in die molecularen Interstitien des Glases eingedrungen sei.

H. Kayser<sup>2)</sup> hat dann die Ergebnisse der Bunsen'schen Versuche durch eine Diffusion der Kohlensäure durch das Fett der Schliffstücke des Apparates zu erklären gesucht, welcher Erklärung jedoch Bunsen<sup>3)</sup> auf das Entschiedenste entgegentrat, indem er den Nachweis führte, dass auch in einem Apparate ohne Fettdichtung dieselben Resultate erhalten werden.

H. Kayser<sup>4)</sup> hat dann in seiner Erwiderung neuerdings die Vermuthung einer chemischen Einwirkung aufgegriffen, indem er sich äusserte: „Es scheint fast so, so unwahrscheinlich es auch sonst ist, als ob die von Bunsen benutzten Glasfäden zufällig von Kohlensäure zersetzt würden; denn wenn keine Möglichkeit zu einem Verschwinden von Gas auf physikalischem Wege vorhanden ist, so bleibt nur die zu einem Verschwinden auf chemischem Wege. Die Rechnung zeigt, dass die Bildung eines Ueberzuges von kohlensauren Salzen von nur 0,00001 mm Dicke genügen würde, um das Verschwinden der Kohlensäure auf chemischem Wege zu erklären. Jedenfalls zeigen, wie meine und die früheren Beobachtungen beweisen, die meisten Glassorten ein solches Verhalten nicht.“

Indem ich nun die übrigen controversen Punkte hier unberührt lasse, beschränke ich mich auf die Mittheilung einer von mir zufällig entdeckten Thatsache, welche beweist,

1) R. Bunsen, Wied. Ann. 20. p. 545—560. 1883.

2) H. Kayser, Wied. Ann. 21. p. 495—498. 1884.

3) R. Bunsen, Wied. Ann. 22. p. 145—153. 1884.

4) H. Kayser, Wied. Ann. 23. p. 416—426. 1884.

dass Kohlensäureanhydrid unter Umständen das Glas erheblich angreifen kann.

Es war bei Gelegenheit der Vorzeigung der Experimente über das Verhalten der comprimierten Kohlensäure in der Nähe der kritischen Temperatur, dass ich bemerkte, wie eine theilweise mit flüssiger Kohlensäure gefüllte zugeschmolzene Glasröhre an jenen Stellen, wo dieselbe vom concentrirten Lichtkegel eines Drumond'schen Brenners, welcher zur Projection der Erscheinungen diente, durchsetzt wurde, eine sehr augenfällige matte Oberfläche annahm. Dieselbe zeigte fast genau das Aussehen einer von gasförmiger Flusssäure schwach geätzten Glasfläche. Da sich bei diesem Versuche die Röhre in einem Wasserbade von einer Temperatur bis zu 31° C. befand und allseitig von einer Wasserschicht von mehreren Centimetern Dicke umgeben war, so kann diese ätzende Wirkung der Kohlensäure nicht einer erhöhten Temperatur, sondern nur dem intensiven Lichte zugeschrieben werden. Die Erscheinung konnte an verschiedenen vorher als blank constatirten Stellen der Röhre wiederholt werden, und bedurfte es der Einwirkung von nur wenigen Minuten, um dieselbe in aller Deutlichkeit hervorzubringen. Das Glas war an der angegriffenen Stelle nicht mit der flüssigen Kohlensäure bedeckt, sondern befand sich über dem Meniscus der letzteren.

Die angewandte Röhre war vor ein paar Jahren von Lenoir in Wien bezogen und für gewöhnlich in einem undurchsichtigen Etui aufbewahrt.

Es scheint mir nun keine unmögliche Annahme, dass eine chemische Wirkung, die sich unter dem Einfluss starken Druckes und intensiven Lichtes binnen wenigen Minuten bemerklich macht, binnen Jahresfrist auch unter geringerem Drucke und bei gewöhnlichem Tageslichte vor sich gehen könne. Damit würde aber die von Bunsen zuerst in Betracht gezogene, aber damals abgelehnte Vermuthung, dass das überraschende Resultat seiner Adsorptionsversuche einer chemischen Wirkung zuzuschreiben sei, sowie die neuerlich ausgesprochene Ansicht von Kayser, die wir oben citirt haben, eine gewisse Stütze gewinnen.

Dieselbe dürfte insofern willkommen erscheinen, als durch die Versuche von Bessel-Hagen<sup>1)</sup> erwiesen ist, dass selbst von dem dünnen Wasserstoffgase binnen Jahresfrist durch eine dünnwandige Glasröhre bei einem Ueberdrucke von 1 Atmosphäre nicht die geringsten Spuren durchzudringen vermögen, daher eine Permeabilität des Glases durch Kohlen-

1) Bessel-Hagen, Wied. Ann. 12. p. 425—445. 1881.

säure wohl schwer anzunehmen ist. Auch die Versuche von Quincke<sup>1)</sup> mit Glasröhren von 1,5 mm Wandstärke, welche mit Wasserstoff sowie mit Kohlensäure bei 25—126 Atmosphären gefüllt nach 17 Jahren noch keine Gewichtsabnahme nachweisen liessen, erschweren die Annahme, dass diese Gase in die molecularen Interstitien des Glases einzudringen vermögen. Vielleicht ermöglicht die von mir mitgetheilte Thatsache, diese Hypothese fallen zu lassen.

Innsbruck, 17. Januar 1885.

**IX. Erwiderung auf Hr. Wüllner's Bemerkung  
bezüglich Hr. Jamin's Beobachtungen über  
Metallreflexion; von W. Voigt.**

Hr. Wüllner<sup>2)</sup> hält in einer Mittheilung im vorigen Bande dieser Annalen seine frühere Anschauung<sup>3)</sup> aufrecht, dass die von Hr. Jamin als Hauptazimuthe bezeichneten Winkel<sup>4)</sup> die nach einmaliger Reflexion zu erhaltenden seien, im Gegensatz zu Eisenlohr<sup>5)</sup>, Mousson<sup>6)</sup> und mir, welche meinen, dass sie einer zweimaligen Reflexion entsprechen.

Was Hr. Eisenlohr und ebenso mich zu unserer Ansicht geführt hat, sind die Zahlwerthe, welche Hr. Jamin für die fragliche Constante bei verschiedenen Metallen angibt.

In seiner ersten Arbeit<sup>7)</sup> hat er z. B. für Stahl direct die Werthe der Amplituden  $\bar{R}_1$  und  $\bar{R}_2$  bestimmt, welche bei einfallender Amplitude Eins nach einmaliger Reflexion erhalten werden, nämlich:  $\bar{R}_1 = 0,54$ ,  $\bar{R}_2 = 0,94$ , woraus folgt nach:  $\text{tg } \psi_1 = \bar{R}_1/\bar{R}_2$ ,  $\psi_1 = 30^\circ$ .

In seiner zweiten Arbeit<sup>8)</sup> gibt er als „Hauptazimuth“ für dasselbe Metall und dieselbe Farbe  $16^\circ 29'$  an; es ist also doch klar, dass dies nicht das bei einmaliger Reflexion erhaltene Azimuth  $\psi_1$  sein kann, sondern nur das nach zweimaliger eintretende  $\psi_2$ , das bestimmt ist durch  $\text{tg } \psi_2 = \text{tg}^2 \psi_1$ .

In der That setzt man  $\psi_2 = 16^\circ 29'$ , so folgt  $\psi_1 = 28^\circ 33'$  in bester Uebereinstimmung mit dem obigen Werth.

1) Quincke, Pogg. Ann. 160. p. 118—126. 1877.

2) Wüllner, Wied. Ann. 23. p. 306. 1884.

3) Wüllner, Physik 2. p. 484. 1875.

4) Jamin, Ann. de chim. et de phys. (3) 22. p. 311. 1848.

5) Eisenlohr, Wied. Ann. 1. p. 202 Ann. 1877.

6) Mousson, Physik 2. p. 540. 1872.

7) Jamin, Ann. de chim. et de phys. (3) 19. p. 304. 1847.

8) Jamin, Ann. de chim. et de phys. (3) 22. p. 316. 1848.

Genau dasselbe zeigt sich, wenn man die in ihrer Bedeutung zweifelhaften Zahlen in der zweiten Abhandlung Hrn. Jamin's mit den Resultaten anderer Beobachter vergleicht, z. B. den mit den vollkommensten Mitteln durch Hrn. Quincke<sup>1)</sup> erhaltenen.

Ich stelle im Folgenden die von Hrn. Jamin gegebenen Werthe unter  $\bar{\psi}_i$  zusammen mit den daraus nach der Formel  $\text{tg}^2 \psi_i' = \text{tg} \psi_i$  berechneten  $\psi_i'$  und den von Hrn. Quincke als die nach einmaliger Reflexion geltenden Azimuthe mitgetheilten Zahlen unter  $\psi_i$ .

	$\bar{\psi}_i$	$\bar{\psi}_i'$	$\psi_i$
Silber	40° 50	42° 59'	43° 34'
			41 53
Stahl	16 29	28 33	27 46
Zink	17 9	29 3	31 20
			35 19
Kupfer	28 22	36 20	40 1
Messing	29 40	37 3	41 2.

Die grossen Abweichungen zwischen der ersten und dritten, die gute Uebereinstimmung zwischen der zweiten und dritten Columnne zeigt, dass man nur zwischen den beiden Auffassungen die Wahl hat, die von Hrn. Jamin mitgetheilten Azimuthe als die nach zweimaliger Reflexion eintretenden anzusehen oder aber die Jamin'schen Beobachtungen als im Widerspruch sowohl in sich als mit den sichersten ähnlichen Bestimmungen zu erklären.

Ich glaube, dass man bei der oft bewährten experimentellen Geschicklichkeit dieses Physikers unbedingt der ersten Entscheidung beitreten und sich darin auch nicht durch die von Hrn. Wüllner angeführte Thatsache, dass Hr. Jamin 18 Jahre nach Anstellung seiner Messungen sich entgegengesetzt geäussert hat, beirren lassen wird. Bei der blossen Reproduction der Resultate einer soviel früheren Arbeit, welche sich über den erörterten Punkt nicht klar ausspricht, scheint mir eine Verwechslung der Bedeutung dieser Zahlen durchaus nicht unwahrscheinlich.

Die Sache wäre natürlich am besten erledigt, wenn sich Hr. Jamin selbst neuerdings darüber äussern wollte. — Für meine Theorie und die daraus gezogenen Folgerungen ist übrigens die endliche Entscheidung der Frage gleichgültig.

1) Quincke, Wied. Ann. Jubelbd. p. 336. 1874.